

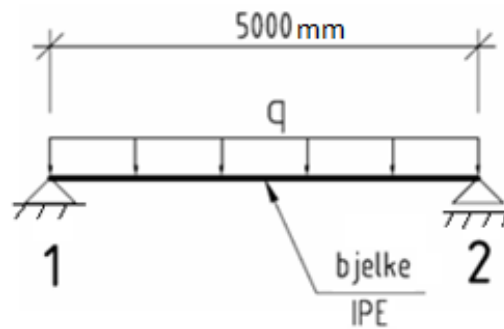
# EKSAMEN LF

<b>Emnekode:</b> IRB21519	<b>Emnenavn:</b> Konstruksjonsteknikk 1
<b>Dato:</b> 07.12.2020 <b>Sensurfrist:</b> 28.12.2020	<b>Eksamenstid:</b> 0900-1300
<b>Antall oppgavesider:</b> 4 <b>Antall vedleggsider:</b> 17	<b>Faglærer:</b> Marius Birkeland tlf. 920 38 772 <b>Oppgaven er kontrollert:</b> Ja
<b>Hjelpemidler:</b> - Egen kalkulator.	
<b>Om eksamensoppgaven:</b> <i>Dersom du savner opplysninger som er nødvendige for at du skal kunne løse oppgavene, gjør nødvendige antagelser og begrunn dette i besvarelsen.</i>	
<b>Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig</b>	



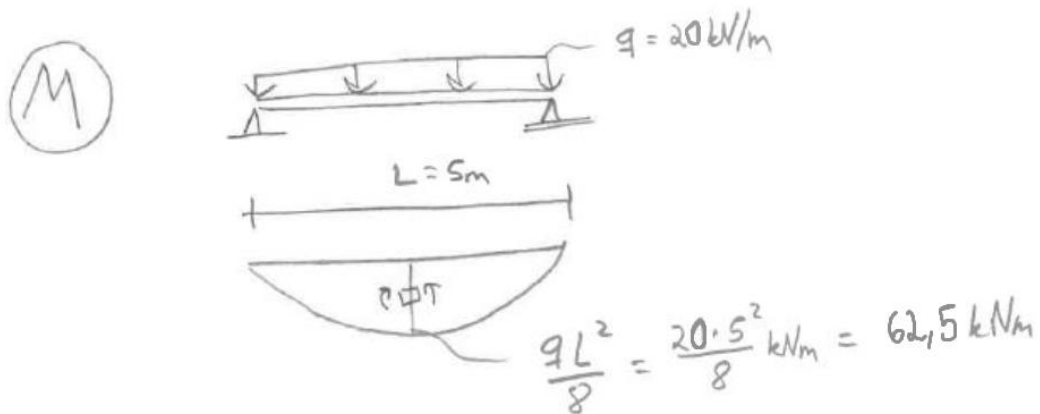
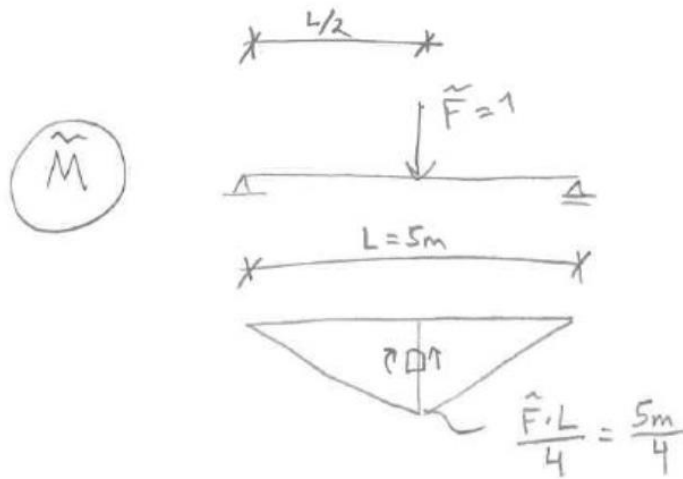
**Oppgave 1 – Enhetslastmetoden (15 + 10 = 25 %)**

Gitt en fritt opplagt bjelke med samme tverrsnitt og material over hele lengden:



Belastning i **bruks**grensetilstand (SLS),  $q = 20 \text{ kN/m}$  (inkl. egenvekt til stålbejelke).

- a) Finn nedbøyning på midten med bøyestivhet  $EI$  som konstant. Bruk enhetslastmetoden.



$$1. \delta_B = \int_0^L \frac{\tilde{M} \cdot M}{EI} dx$$

Hurtigintegrasjon gir

$$\delta_B = \frac{1}{EI} \left( \underbrace{\frac{5}{12} \cdot \frac{L}{4} \cdot \frac{q \cdot L^2}{8}}_{\triangle \cdot \triangle} \cdot \frac{L}{2} + \underbrace{\frac{5}{12} \cdot \frac{L}{4} \cdot \frac{qL^2}{8}}_{\triangle \cdot \triangle} \cdot \frac{L}{2} \right)$$

$$\delta_B = \frac{5qL^4}{384EI}$$

- b) Det er valgt IPE240 bjelke av stål med  $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$  og  $I = 389\,000\,00 \text{ mm}^4$ . Nedbøyningskravet til bjelken er  $\frac{L}{300}$ , der  $L$  er spennvidden. Tilfredsstill IPE240 bjelken nedbøyningskravet?

KRAV:

$$\frac{59L^4}{384EI} \leq \frac{L}{300}$$

$$\frac{59L^4}{384EI} \leq 16,67 \text{ mm}$$

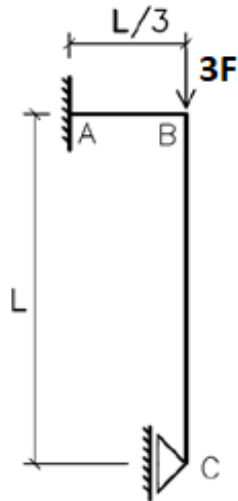
Insatt verdier:

$$19,9 < 16,67$$

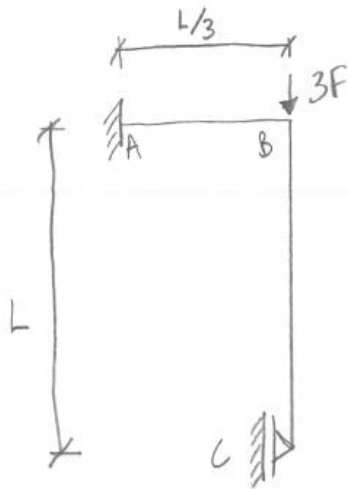
IPE240 tilfredsstill ikke nedbøyningskravet og det bør velges en kraftigere bjelke

### Oppgave 2 – Kraftmetoden (15 + 10 = 25%)

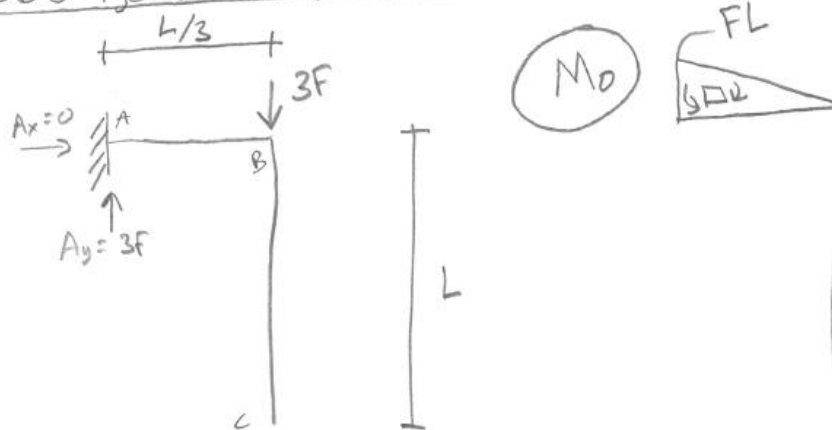
Gitt en ramme med statisk system og påført kraft,  $3F$ , som vist på figuren under. Forutsett bøyestivhet lik  $EI$  for begge bjelkene i rammen.



- a) Vis ved bruk av **kraftmetoden** at reaksjonskraften i punkt **C** er lik  $\frac{1}{4}F$



SBG: Fjerner opplager i C:



Setter på enhetslast der vi fjerner opplager i C:  $\tilde{F} \cdot L = 1 \cdot L$



$$S_{10} + S_{11} \cdot X_1 = 0$$

$$X_1 = C = \frac{-S_{10}}{S_{11}}$$

$$S_{10} = \int_0^{L_{rot}} \frac{M_1 M_0}{EI} dx = \int_0^{L/3} \frac{M_1 M_0}{EI} dx$$

$$S_{10} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot (-FL) \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{1}{EI} = \frac{-FL^3}{6EI}$$

$$S_{11} = \int_0^{L_{rot}} \frac{M_1 M_1}{EI} dx = \int_0^{L/3} \frac{M_{1AB} \cdot M_{1AB}}{EI} dx + \int_0^L \frac{M_{1BC} \cdot M_{1BC}}{EI} dx$$

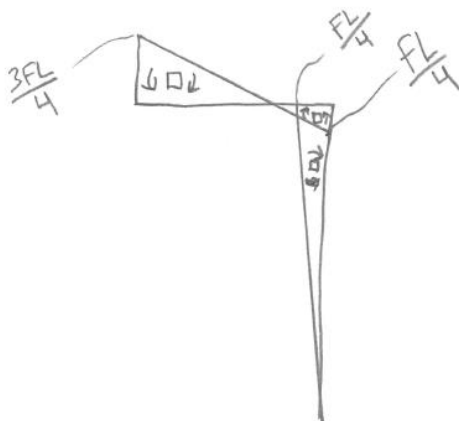
$$S_{11} = \frac{L \cdot L \cdot L}{3EI} + \frac{L \cdot L \cdot L}{3EI} = \frac{2L^3}{3EI}$$

$$X_1 = \underline{\underline{C}} = C_x = \frac{-S_{10}}{S_{11}} = \frac{FL^3}{6EI} \cdot \frac{3EI}{2L^3} = \underline{\underline{\frac{F}{4}}}$$

- b) Tegn endelig momentdiagram for hele rammen og angi verdiene for momentet i punkt **A**, **B** og **C**.

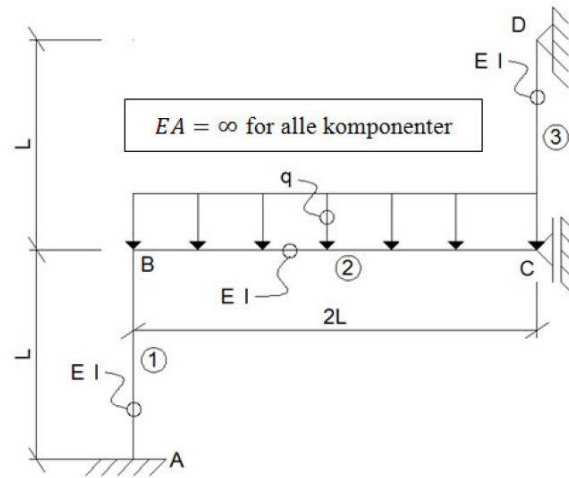
Endelig momentdiagram:

$$M_0 + X_1 \cdot M_1 = M_{tot}$$

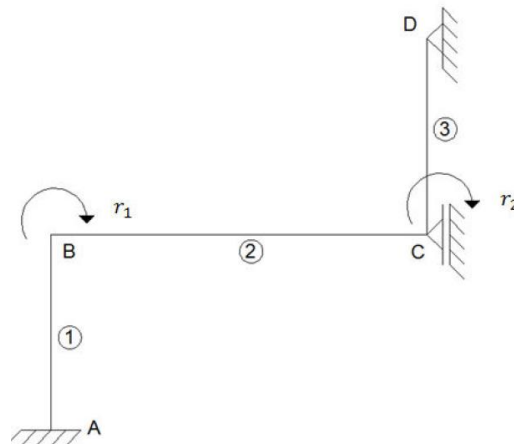


**Oppgave 3 – Matrisestatikk/Forskyvningsmetoden (10 + 10 + 5 = 25%)**

Gitt en ramme med et statisk system og påført kraft som vist i figuren under.



Det er tilstrekkelig med to frihetsgrader som vist i figuren under for å for å bestemme lastvirkningene i rammen.

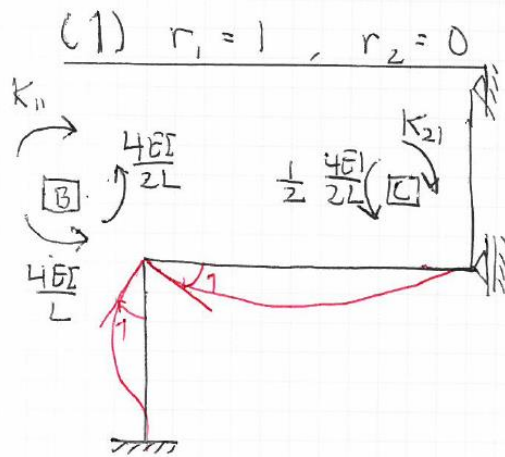


a) Benytt basistilfeller til å beregne stivhetsmatrisen:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

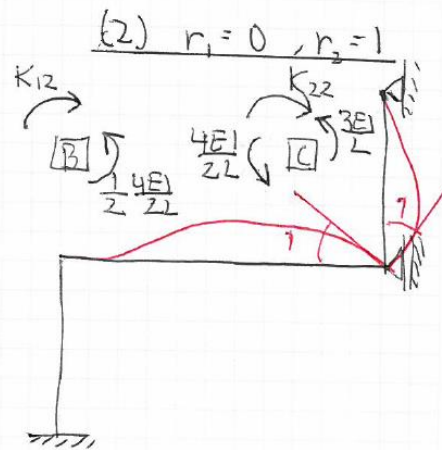
### Stivhetsmatrisen $K$

→ påfører enhetsforskyvning i  $r_i$   
 og tvinger alle andre  $r_j := 0$



$$K_{11} = \frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{2L} = \frac{6EI}{L}$$

$$K_{21} = \frac{1}{2} \frac{4EI}{2L} = \frac{EI}{L}$$



$$K_{12} = \frac{EI}{L}$$

$$K_{22} = \frac{5EI}{L}$$

$$\Rightarrow K = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

(symmetrisk - OK)

- b) Benytt basistilfeller til å løse fastholdingstilstand.  
 Benytt resultatet til å finne lastvektoren:

$$R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} \quad \text{hvor} \quad R = R_{fri}$$

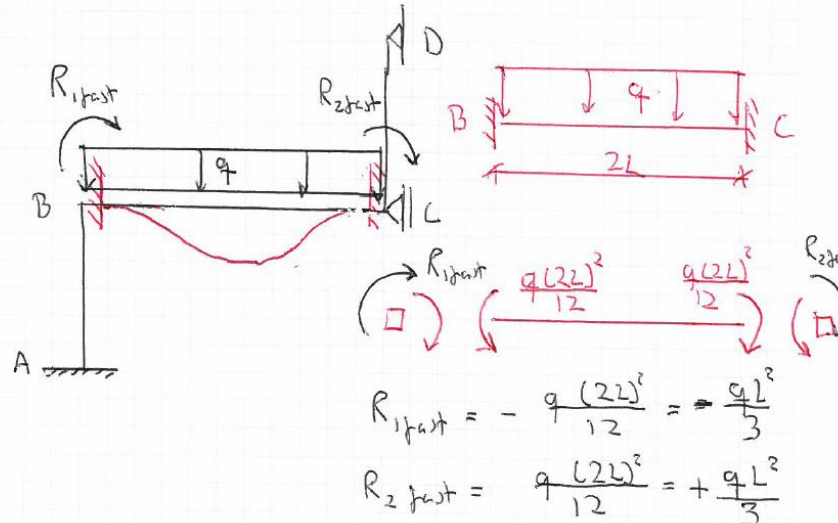


### Lastvektoren $R$

Lastvektoren  $R = R_{fri} = -R_{fast}$

Først : må løse fastholdingsstilstand :

$\Rightarrow$  tvinger  $r = 0 \Rightarrow$  fast innspent bjelke B-L:



$$\underline{\underline{R_{fast} = \frac{qL^2}{3} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}}}$$

$$\Rightarrow R_{fri} = -R_{fast} = \frac{qL^2}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

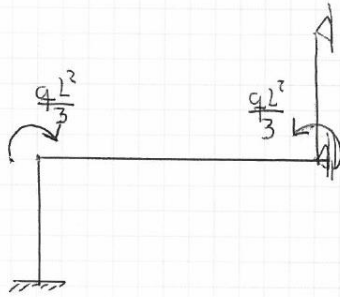
$$\Rightarrow \underline{\underline{R = R_{fri} = \frac{qL^2}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}}}$$

c) Finn rotasjonene  $r_1$  og  $r_2$  ved å løse likevektsligningen:

$$K r = R \Leftrightarrow \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

Lag en enkel skisse av deformasjonsmønsteret til rammen i frigjøringsstilstand. Gi en kort begrunnelse for hvorfor  $r_2 > r_1$

Frigjøringsstilstand - Finn  $r$



- To alternativer for å løse ut  $r$
- (1) Matriseregning ved invertering av  $K$
  - (2) "Vanlig" løsning av 2 ligninger med 2 ukjente

Velger (1) her:

$$K r = R \Rightarrow r = K^{-1} R$$

Må finne  $K^{-1}$ :  $K^{-1} = \frac{1}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} \begin{bmatrix} K_{22} & -K_{12} \\ -K_{21} & K_{11} \end{bmatrix}$

$$r = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{29} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \frac{qL^2}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{qL^3}{87EI} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{qL^3}{87EI} \begin{bmatrix} 5 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) \\ (-1) \cdot 1 + 6 \cdot (-1) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{qL^3}{87EI} \begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix}$$

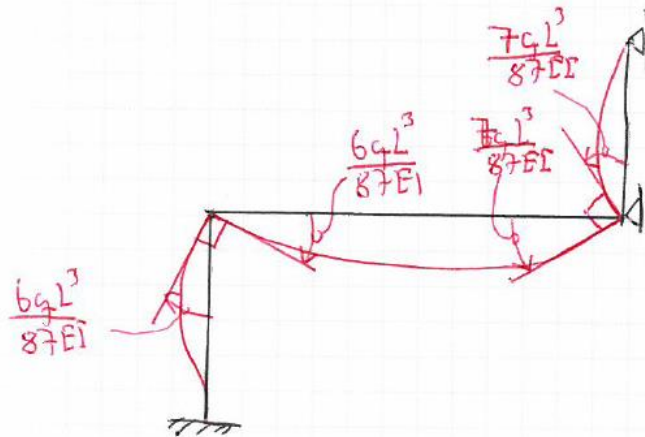
$$= \frac{1}{\frac{6EI}{L} \cdot \frac{5EI}{L} - \frac{EI}{L} \cdot \frac{EI}{L}} \begin{bmatrix} \frac{5EI}{L} & -\frac{EI}{L} \\ -\frac{EI}{L} & \frac{6EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{29 \left(\frac{EI}{L}\right)^2} \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{L}{EI} \cdot \frac{1}{29} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$r_1 = \frac{6qL^3}{87EI}, \quad r_2 = -\frac{7qL^3}{87EI}$$

### Skisse deformasjon frigjøringsstilstand



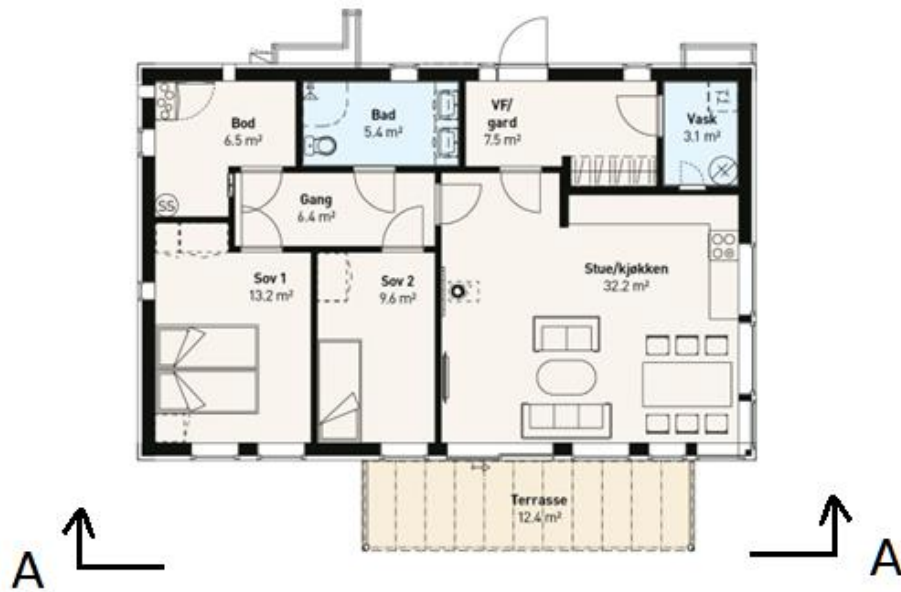
$r_2 > r_1$  fordi AB er stivere enn CD  
pga randbetingelsene

#### Oppgave 4 – Lastkombinasjoner (5+10+10 = 25%)

Gitt en funksjonal bolig i Halden, med bæresystem av tre, som vist på bilde og tegning under:

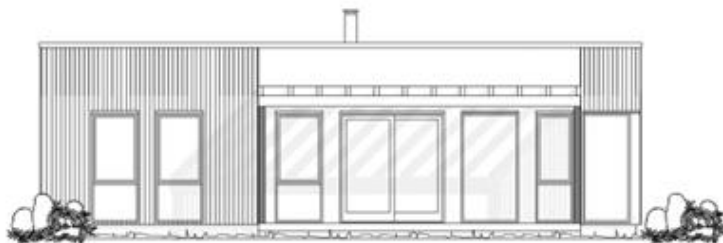


Plantegning fra Arkitekt:



Fasadetegning fra Arkitekt:

**Snitt A-A:**



**Oppgave 4 – Lastkombinasjoner (5+10+10 = 25%) fortsetter**

Funkisboligen i **Halden** ligger **30 moh**, med **terrengkategori III**.

Egenvekt tak, inkl. himling: **1,0 kN/m<sup>2</sup>**

- a) Hva blir snølast på tak? Anta  $C_e = 1,0$  og  $C_t = 1,0$ .

$$S_{k,0} = 3,0 \text{ kN/m}^2, \quad H_g = 150 \text{ moh}, \quad \Delta s_{k,0} = 0,5 \text{ kN/m}^2$$

$$n = 0 \text{ pga } H_g > H \Rightarrow S_{k,0} = S_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\mu = 0,8$$

$$\text{Snølast på taket: } S = \mu \cdot C_e \cdot C_t \cdot S_k$$

$$S = 0,8 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 3,0 \text{ kN/m}^2 = \underline{\underline{2,4 \text{ kN/m}^2}}$$

- b) Finn **bruddlast** (ULS) på tak i  $\text{kN/m}^2$ .

$$\text{Egenvekt tak inkl. himling} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Snølast} = 2,4 \text{ kN/m}^2$$

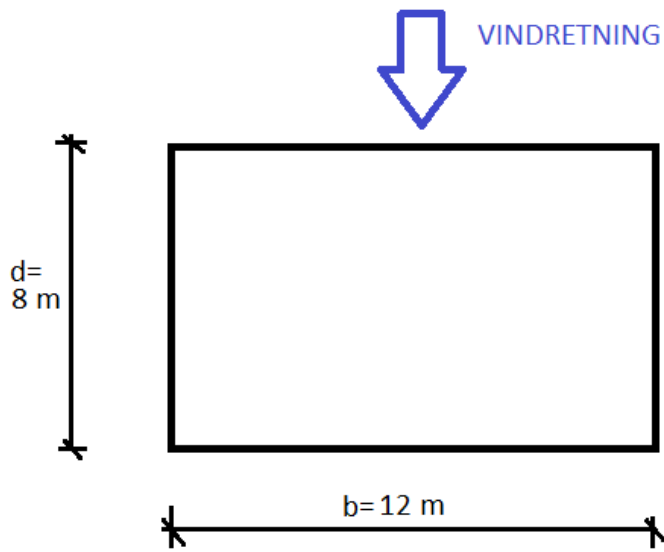
$$\text{Bruddlast tak: } \underline{\underline{q_{Ed}}} = \max \left\{ \begin{array}{l} q_{6.10a)} \\ q_{6.10b)} \end{array} \right\} = \underline{\underline{4,8 \text{ kN/m}^2}}$$

$$q_{6.10a)} = (1,35 \cdot 1 + \underbrace{1,5 \cdot 0,7}_{1,05} \cdot 2,4) \text{ kN/m}^2 = 3,87 \text{ kN/m}^2$$

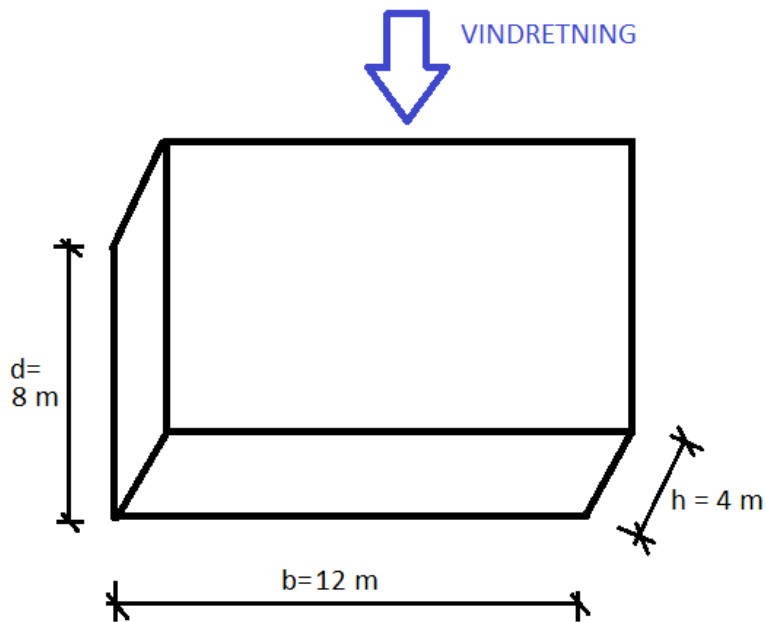
$$q_{6.10b)} = (1,2 \cdot 1 + 1,5 \cdot 2,4) \text{ kN/m}^2 = 4,8 \text{ kN/m}^2$$

- c) Finn vindlast på vegger og tegn lastfigur for vindretning dersom vind blåser på tvers av lengderetningen som vist på figurer under. Bruk  $C_{pe,10}$  for formfaktor iht. NS-EN 1991-1-4 og figurer under for å løse oppgaven.

Forenklet plantegning RIB (for beregning av vindlast på vegger):

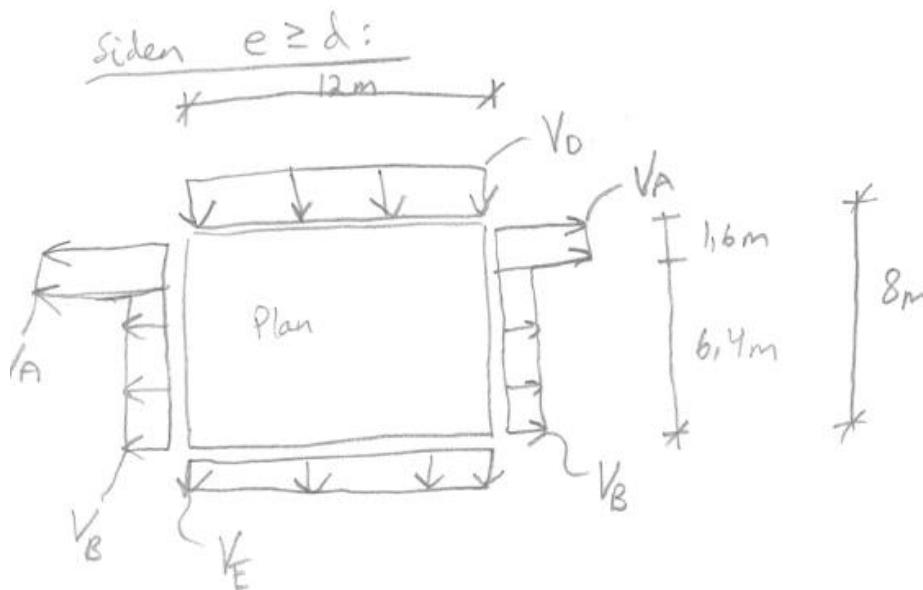


Forenklet skisse RIB (for beregning av vindlast på vegger):



$$e = \min \begin{cases} b = 12\text{ m} \\ 2h = 8\text{ m} \end{cases} = 8\text{ m}$$

$$d = 8\text{ m} \quad \text{Utbredelse av sone A: } \frac{c}{5} = 1,6\text{ m}$$



$$\frac{h}{d} = 1 \rightarrow \text{faktorer, CPE10, tab. 7.1:}$$

$$\text{Sone A: } -1,2$$

$$\text{Sone B: } -0,8$$

$$\text{Sone D: } 0,8$$

$$\text{Sone E: } -0,5$$

Tab. NA.4:

$$V_{b0} = 24 \text{ m/s}$$

Terrøyfaktet kat. III

$$z = h = 8 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{b0} = 24 \text{ m/s} \\ \text{Terrøyfaktet kat. III} \\ z = h = 8 \text{ m} \end{array} \right\} q_{p0(z)} = q(z)_e \approx 590 \text{ N/m}^2 \\ = 0,59 \text{ kN/m}^2$$

Vindlast på vegg:

$$V_A = 0,59 \text{ kN/m}^2 \cdot (-1,2) \approx -0,71 \text{ kN/m}^2 \text{ (sug)}$$

$$V_B = 0,59 \text{ kN/m}^2 \cdot (-0,8) \approx -0,472 \text{ kN/m}^2 \text{ (sug)}$$

$$V_D = 0,59 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,8 \approx 0,472 \text{ kN/m}^2 \text{ (trykk)}$$

$$V_E = 0,59 \text{ kN/m}^2 \cdot (-0,5) \approx -0,3 \text{ kN/m}^2 \text{ (sug)}$$

---