Høgskolen i Østfold

EKSAMEN - sensorveiledning

Emnekode: IRM 20015	**Emnenavn:** Mekanikk 2 – Deleksamen i Fluidmekanikk og Dynamikk
Dato: 11.12.2018 **Sensurfrist:** 02.01.2018	**Eksamenstid:** KL 0900 - 1200
Antall oppgavesider: 3 **Antall vedleggsider:** 1	**Faglærer:** Litian Wang (472 88 765) **Oppgaven er kontrollert:** Ja

Hjelpemidler:

- Kalkulator og tekniske tabeller.
- Det er tillatt med egne notater i tekniske tabeller, men ikke løse ark eller lapper.

Om eksamensoppgaven:

Alle besvarelser må begrunnes

Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig

Oppgave 1 (15%)

a) (1 poeng) Forklar kort om Bernoullislikningen.

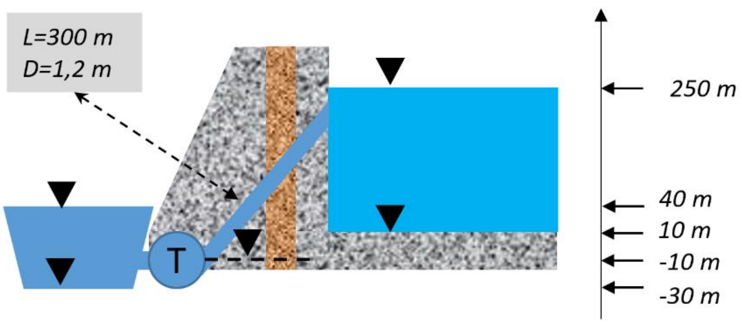
Sum av tre hoder/høyder er bevart langs en strømlinje.

b) (1 poeng) Forklar kort om Energislikningen.

Sum av energier/høyder i et rørsystem er bevart.

Figuren nede viser skisse til et kraftverk med følgende tekniske parametere:

- Tilførelsen til turbinen er $2{,}5 m^3/s$
- Rørledning har diameter på $1{,}2\ m$ og er 300 m lang
- Friksjonskoeffisienten er lik $f = 0{,}05$
- Virkningsgraden til turbin og generator til sammen er $\eta = 0{,}76$.



c) (2 poeng) Bestem tapshøyden h_{Tap}.

$$v = \frac{\dot{V}}{\pi r^2} = \frac{2{,}5}{3{,}14 \cdot 0{,}6^2} = 2{,}21\ m/s$$

$$h_{Tap} = f \cdot \left(\frac{L}{D}\right) \cdot \left(\frac{v^2}{2g}\right) = 0{,}05 \cdot \left(\frac{300}{1{,}2}\right) \cdot \left(\frac{2{,}21^2}{2 \cdot 9{,}81}\right) = 3{,}11 m$$

d) (3 poeng) Bestem effekten til elkraftproduksjon.

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbin} + h_{tap}$$

$$z_1 = z_2 + h_{turbin} + h_{tap}$$

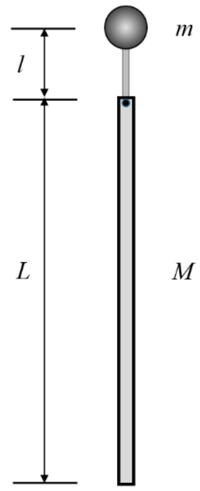
$$h_{turbin} = z_1 - z_2 - h_{tap} = 250 - 40 - 3 = 207\ m$$

$$\dot{W}_{turbin} = \dot{m} g h_{turbin} = \rho \dot{V} g h_{turbin} = 1000 \cdot 2{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot 207$$
$$= 5\ 076\ 675 W = 5{,}1 MW$$

$$\dot{W}_{EL} = 0{,}76 \cdot \dot{W}_{turbin} = 3\,858\,273 W = 3{,}8 MW$$

Oppgave 2 (25%)

En sylindrisk stav med lengde L og masse M (se Fig. 2) blir hengt på enden som vist i figuren til høyre.



(a) (1 poeng) Vis at slagsenteret til staven ligger under aksen med avstand på

$$h = \left(\frac{2}{3}\right) L$$

Siden $I = \frac{1}{12} ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} ML^2$, $r_C = \frac{1}{2} L$

Så $h = \frac{I}{Mr_C} = \frac{\frac{1}{3}ML^2}{\frac{1}{2}L} = \frac{2}{3} L$

(b) (3 poeng) På øverste ende blir en liten metall kule med masse m sveises sammen med staven. Anta at $m = \frac{1}{3} \cdot M$ og $l = \frac{1}{10} \cdot L$.

Vis at slagsenteret ligger nå under aksen med avstand på

$$h = \left(\frac{101}{105}\right) L$$

Siden $I = \frac{1}{12} ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m \cdot l^2 = \frac{1}{3} ML^2 + \frac{1}{3} M \cdot \left(\frac{1}{10} L\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right) \frac{101}{100} \cdot ML^2$

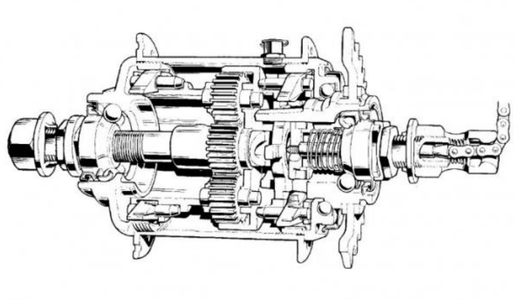
og

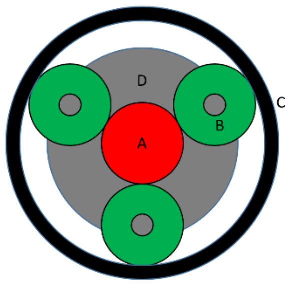
$$r_C = \frac{M \cdot \left(\frac{1}{2} L\right) + m \cdot (-l)}{M + m} = \frac{M \cdot \left(\frac{1}{2} L\right) + \frac{1}{3} M \cdot \left(-\frac{1}{10} L\right)}{M + \frac{1}{3} M} = \frac{ML \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{30}\right)}{\frac{4}{3} M} = \frac{\frac{14}{30} \cdot ML}{\frac{4}{3} M} = \frac{7}{20} L$$

Så $h = \frac{I}{Mr_C} = \frac{\frac{101}{300} \cdot ML^2}{\frac{7}{20} L} = \frac{101 \cdot 20 \cdot ML^2}{2100 L} = \frac{101}{105} L$

Oppgave 3: (30%)

Navgir for sykkel er basert på planetgirsystem, og det første navgir var utviklet og produsert av Sturmey-Archer, se figuren nedenfor.





Planetgir består ofte av et soltannhjul i sentrum (A), et ringtannhjul (C), og tre planetannhjul (B) som blir montert på en ramme (D). Alle tre deler (A, C, D) kan brukes som drivende eller drevet tannhjul.

Forhold mellom tannhjulene kan uttrykkes ved

$$\begin{cases} \omega_A r_A = \omega_D r_D - \omega_B \, r_B \\ \omega_C r_C = \omega_D r_D + \omega_B \, r_B \end{cases}$$

(a) (1 poeng) La aksling og Soltannhjul A stå i ro.

Bestem vekslingsforhold $i = \omega_D / \omega_C$ som funksjon av r_A og r_B.

$$\begin{cases} \quad 0 \quad = \omega_D r_D - \omega_B \, r_B \\ \omega_C r_C = \omega_D r_D + \omega_B \, r_B \end{cases}$$

$$\rightarrow \omega_C r_C = 2\omega_D r_D$$

$$\rightarrow \frac{\omega_D}{\omega_C} = \frac{r_C}{2 \cdot r_D} = \frac{(r_A + 2r_B)}{2(r_A + r_B)}$$

(b) (2 poeng) Du blir nå bedt om å design en navgir som gir vekslingsforhold $i = \omega_D : \omega_C = 3 : 4$.

Hva skal forholdet mellom r_A og r_B (eller r_B / r_A) være?

$$\frac{3}{4} = \frac{(r_A + 2r_B)}{2(r_A + r_B)} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{(1 + \frac{2r_B}{r_A})}{2(1 + \frac{r_B}{r_A})} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{(1+2x)}{2(1+x)} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{(1+2x)}{(1+x)} \rightarrow 3(1+x) = 2(1+2x)$$

$$\rightarrow x = 1 \rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 1$$

Du skal nå bygge en elektrisk drill med planetgirsystem, der aksling og Soltannhjul A være drevet/output tannhjul.

(c) (2 poeng) Bestem vekslingsforholden $i = \omega_D/\omega_A$ og $i \ = \omega_C/\omega_A$, når tannhjul C og rammen D står i ro, henholdsvis.

$$\begin{cases} \omega_A r_A = \omega_D r_D - \omega_B\, r_B \\ \ 0 \quad = \omega_D r_D + \omega_B\, r_B \end{cases} \rightarrow \omega_A r_A = 2\omega_D r_D \rightarrow \frac{\omega_D}{\omega_A} = \frac{r_A}{2r_D} = \frac{r_A}{2(r_A+r_B)}$$

$$\begin{cases} \omega_A r_A = 0 - \omega_B\, r_B \\ \omega_C r_C = 0 + \omega_B\, r_B \end{cases} \rightarrow \omega_A r_A + \omega_C r_C = 0 \rightarrow \frac{\omega_C}{\omega_A} = -\frac{r_A}{r_C} = -\frac{r_A}{(r_A+r_B)}$$

(d) (1 poeng) Diskuter resultatene fra (c), når $r_B = 0{,}5 \cdot r_A$.

$$\frac{\omega_D}{\omega_A} = \frac{r_A}{2r_D} = \frac{r_A}{2(r_A+r_B)} \rightarrow \frac{\omega_D}{\omega_A} = \frac{1}{2(1+0{,}5)} = \frac{1}{3} \rightarrow$$

$$\frac{\omega_C}{\omega_A} = -\frac{r_A}{r_C} = -\frac{r_A}{(r_A+r_B)} \rightarrow \frac{\omega_C}{\omega_A} = -\frac{1}{(1+0{,}5)} = -\frac{2}{3}$$

Negativ vekslingsforhold $\frac{\omega_C}{\omega_A}$: Revers mode

Positiv vekslingsforhold $\frac{\omega_D}{\omega_A}$: Fremover mode

Oppgave 4 (30%)

Dempede svingningssystem kan generelt beskrives med tre parametere:

$$(m, k, c)$$

a) (1 poeng) Forklar begrepet egenfrekvens ω_0.

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Egenfrekvens uavhengig startbetingelser.

b) (1 poeng) Forklar fenomenet kritisk dempning.

$c_{kritisk} = 2\sqrt{mk}$. Hurtig dempning uten svingning.

c) (1 poeng) Forklar fenomenet resonans.

$\omega \rightarrow \omega_0$. Amplituden går mot uendelig når $\omega \rightarrow \omega_0$ fra begge retninger.

Du skal nå vurdere en dempede svingningssystem med

$$\begin{cases} m = 560\ kg \\ k = 45\,000\ N/s \\ c = 10\,000\ Ns/m \end{cases}$$

d) (3 poeng) Hvordan sytstemet oppfører seg? Alt må begrunnes med regning.

Egenfrekvensen:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 8{,}964\ rad/s$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1{,}43\ Hz$$

$$\tau_0 = \frac{1}{f_0} = 0{,}70 s$$

Dempning:

$$c_{kritisk} = 2\sqrt{mk} = 10039{,}9\ Ns/m$$

$$\zeta = \frac{c}{c_{kritisk}} = \frac{10000}{10039{,}9} = 0{,}996 \rightarrow \text{Underdemping}$$

$$\omega = \omega_0\sqrt{1-\zeta^2} = 0{,}7986\ rad/s$$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = 0{,}127\ Hz$

$\tau = \frac{1}{f} = 7{,}868\ s$

--- slutt ---

--- God jul og godt nytt år! ---