Høgskolen i Østfold

SENSORVEILEDNING

Emnekode:	**IRF30017**
Emnenavn:	**Matematikk 3**
Eksamensform:	**Skriftlig, 4 timer**
Dato:	**07.01.2019**
Faglærer(e):	Mikjel Thorsrud
Eventuelt:	

Prosedyre ved sensur:

- Det benyttes dobbel sensur, hvorav en sensor er ekstern.
- Hver deloppgave gis en poengsum, eksempelvis på en skala fra 0 til 10. Hver deloppgave, som definert på eksamenssettets forside, vektes likt. Poengsummene summeres og besvarelsen gis en prosentscore.
- I et sensurmøte gjennomgår de to sensorene besvarelsene. Eventuelle overseelser i rettingen korrigeres. Besvarelsenes gjennomsnittige prosentscore legges til grunn for karakteren. For besvarelser som ligger svært nær en karaktergrense vil kvaliteten på besvarelsen og helhetsinntrykket av kandidatens faglige modenhet kunne avgjøre karakteren.
- Karakterskalaen tar utgangspunkt i anbefalingen fra Norsk Matematikkråd ved Per Manne, 2003

Fasit og kommentarer til vektlegging i ulike deloppgaver:

Oppgave 1 De to punktene vektlegges i utgangspunktet likt, punkt i) er altså tenkt å være "billigere" enn ii).

i) Store halvakse: $a = 3$, lille halvakse: $b = 2$. Ligning:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

ii) Det bør gis vesentlig uttelling for å formulere problemet som et optimeringsproblem med en (bi)betingelse. Fasit: 12

Oppgave 2

a) Å bestemme integrasjonsrekkefølge og integrasjonsgrenser er en vesentlig del av denne standardoppgaven.

$$\int_0^2 \int_y^{4-y} f(x,y)\, dA = 16$$

Motsatt integrasjonsrekkefølge krever at integralet deles i to. Dette er litt mer tungvint men gir full uttelling så lenge oppgaven løses riktig. For å finne middelverdi $\overline{f} = 4$ trenger man arealet til R, det gis full uttelling for å bruke trekantformelen.

b) Kalkulator gir "fasit" til denne oppgaven. Mellomregninger må vises for å demonstrere at man kan regne ut et iterert integral og bruke enkle integrasjonsteknikker

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} \int_0^y 2e^x \; dz\, dy\, dx = 1$$

Oppgave 3

a) En vesentlig del av oppgaven er å vise at $|\frac{d\mathbf{r}}{dt}| = 5$. Dette krever enkel bruk av trigonometriske identiteter som regnes som standard i dette kurset. Integralet beregnes til slutt ved hjelp av et enkelt variabelskifte:

$$\int_C xyz\ ds = 100$$

b) $\nabla \times \mathbf{F} = \vec{0} \implies$ feltet er konservativt.

c) En viktig del av oppgaven er å innse at det lønner seg å finne potensialfunksjonen $f(x,y,z) = x^2 + ze^{y^2}$. Siden det her er lett å "se" riktig f bør det ikke gis straff for manglende utledning så lenge man sjekker at $\nabla f = \mathbf{F}$. Integralene kan da beregnes på følgende måte:

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = f(3,0,4) - f(0,5,0) = 13$$

hvor koordinatene tilsvarerer endepunktene $\mathbf{r}(0)$ og $\mathbf{r}(\pi/2)$.
NB:
Å beregne linjeintegralet direkte (uten å bruke potensialfunksjonen) er i prinsippet mulig men gir svært stygge utregninger og vil normalt ikke føre fram. Et slikt forsøk kan ikke regnes som følgefeil fra oppg b), hvor det er oppgitt at $\mathbf{F}$ er konservativ, og vil normalt gi lite uttelling.

Oppgave 4

a) En vesentlig del av oppgaven er å bestemme integrasjonsgrensene og å innse at sylinderkoordinater er et passende valg. $\nabla \cdot \mathbf{F} = 3$.

$$\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{r^2}^4 3r\ dz\, dr\, d\theta = 24\pi$$

b) Denne oppgaven krever elementær forståelse for divergensteoremet. Gitt ukeoppgavesettene kan det ikke regnes som en enkel standardoppgave, selv om utregningene er enkle.

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, d\sigma = \iiint_D \nabla \cdot \mathbf{F}\, dV - \iint_T \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, d\sigma = 24\pi - 16\pi = 8\pi$$

Her er T den delen av randflaten til D som "mangler" (ikke er dekket av S). Fluksen gjennom T er fort gjort å beregne for de som innser at T er en disk med radius 2 og enhets-normalvektor $\mathbf{k}$.
NB:
Feiltakelser av typen

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, d\sigma = \iiint_D \nabla \cdot \mathbf{F}\, dV = 24\pi$$

indikerer manglende forståelse for divergensteoremet og bør gi lite eller ingen uttelling.

Oppgave 5 Lignende oppgaver er gitt både i ukeoppgavesett og ved tidligere eksamener. Alle deloppgavene kan regnes som rutineoppgaver i dette kurset.

a) De to punktene vektlegges likt.

   i)
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$$

   ii) $\tau = \sqrt{m/k}$, $\alpha = \frac{b}{\sqrt{mk}}$.

b) De to punktene vektlegges likt.

   i) $\alpha = 2$.

   ii)
$$\tilde{x}_1 = \tilde{x}_0 + \tilde{v}_0 \Delta\tilde{t},$$
$$\tilde{v}_1 = \tilde{v}_0 - (\tilde{x}_0 + 2\tilde{v}_0)\Delta\tilde{t}$$

   I oppgavesettet er "spesialiseringen" med $\tilde{x}_0 = 0$ og $\tilde{v}_0 = 1$ oppgitt. Dette for å unngå følgefeil i oppgave c) og gi en mulighet til å kontrollere svaret. Men besvarelsen må inneholde generell $\tilde{x}_0$ og $\tilde{v}_0$ for å gi uttelling.

c) En sammensatt oppgave, men prosedyren er velkjent i kurset.