Høgskolen i Østfold

SENSORVEILEDNING

Emnekode:	**IRF20014**
Emnenavn:	**Matematikk 2**
Eksamensform:	**Skriftlig**
Dato:	26.11.18
Faglærer(e):	Tore August Kro
Eventuelt: Dette er revidert versjon av sensorveiledningen. Denne sensorveiledningen inneholder karaktergrensene benyttet ved hovedsensuren.	

Eksamen i Matematikk 2, IRF20014, Sensorveiledning

Tore August Kro, tore.a.kro@hiof.no

December 21, 2018

Dette er den reviderte versjon av sensorveiledningen. Inneholdet er basert på hovedsensuren og hvordan intern og ekstern sensor vurderte besvarelsene. Til sist finner man også hvilke grenser som ble benyttet for de ulike karakterene.

Prosedyre ved dobbel sensur:

- Det benyttes dobbel sensur, hvorav minst en sensor er ekstern. De sensorene retter besvarelsene uavhengig av hverandre.
- Hver deloppgave gis en poengsum, eksempelvis på en skala fra 0 til 10. Settet har 14 deloppgaver. Hver deloppgave vektes likt. Poengsummene summeres og besvarelsen gis en prosentscore.
- I et sensurmøte gjennomgår de to sensorene besvarelsene. Eventuelle overseelser i rettingen korrigeres. Besvarelsenes gjennomsnittige prosentscore legges til grunn for karakteren. For besvarelser som ligger svært nær en karaktergrense vil kvaliteten på besvarelsen og helhetsinntrykket av kandidatens faglige modenhet kunne avgjøre karakteren.

Vektlegging i ulike deloppgaver:

Oppgave 1. Lineær algebra

a) Egenvektorer passer i $A\vec{v} = \lambda\vec{v}$. Kandidaten setter opp og renger ut $A\vec{v}_1$ og $A\vec{v}_2$. Korrekt avlesning av egenverdiene $\lambda_1 = 1$ og $\lambda_2 = -0{,}5$. Svaret skal presenteres slik at det kommer tydelig fram hviklen vektor som hører sammen med hvilken egenverdi.

Det er en vanlig feil at man avleser egenverdien til $\vec{v}_2$ som -2 (fordi svaret på utregningen $A\vec{v}_2$ må ganges med -2 for å få den opprinnelige $\vec{v}_2$).

b) Den siste egenverdien kan bestemmes ved en av formelene

$$\det(A) = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \qquad \text{eller} \qquad \operatorname{tr}(A) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3.$$

For å bestemme egenvektoren skal kandidaten sette opp ligningssystemet $A\vec{v}_3 = \lambda_3\vec{v}_3$. Løsning av dette systemet på kalkulator godtas. Når løsningen presenteres i form av matrisene D og P er det viktig at egenverdiene i D plasseres i samsvar med egenvektorene i P.

c) Det skal gjøres en avlesning fra matrisen A. Svaret om andel wokspisere som fortsetter med wok neste uke skal skrives ut som en fullstendig setning.

For det andre spørsmålet er det tilstrekkelig å identifisere $\vec{v}_1$ som retningen for likevektsvektoren. Kandidaten justerer så lengden av egenvektoren $\vec{v}_1$ slik at summen av elementene blir $1 = 100\%$. Det avleses at 50% av jærbuene spiser taco. Svaret skal skrives som en fullstendig setning.

Det gis delvis uttelling dersom kandidaten har regnet ut tilstanden den andre fredagen etter sommerferien, ved å multiplisere $A\vec{x}$. Deretter gir avlesning at 14% spiser wok denne fredagen.

Oppgave 2. Funksjoner av flere variabler.

a) Hver partielle derivasjon teller likt. Det er tilsammen fem partielt deriverte som skal beregnes. Disse er $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ og $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$. Med mindre svarene er innlysende feilaktige, trekkes det ikke for følgefeil i de andre ordens partielt deriverte.

Det er bra om kandidaten har forstått at produktregelen behøves i utregningen av disse partielt deriverte.

b) Deloppgaven er todelt. I første del skal kandidaten sette opp ligningssystemet av de første ordens partielt deriverte lik 0. Kandidaten skal vise hvordan man løser dette ikke-lineære ligningssystemet. Det legges vekt på en ryddig fremgangsmåte. Avlesning av løsninger fra kalkulator gis ikke full uttelling. Det gis bare uttelling ved følgefeil pga. ukorrekte partielt deriverte fra deloppgave a) dersom kandidaten har et ligningssystem av tilsvarende vanskelighetsgrad som det korrekte systemet.

Den andre delen skal kandidaten klassifisere de kritiske punktene. Bedømmingen legger vekt på korrekt innsetting i andre ordens partielt driverte, rett diskriminant, korrekt avlesning av type punkt. Denne klassifiseringen kan gjerne settes opp i en tabell. Det gis uttelling ved følgefeil dersom kandidatens kritiske punkter gir en utregning av tilsvarende vanskelighetsgrad som den korrekte løsningen.

c) Hver av de to partielle derivasjonene teller likt. Svarene skrives på en form som tilsvarer formelen i oppgaveteksten.

Oppgave 3. Laplace

a) Kandidaten kjenner til t-skifting og identifiserer s-uttrykket på formen $F(s) \cdot e^{-cs}$. Utregning av $f(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(s))$ ved å slå opp i tabell. Korrekt svar basert på formelen for t-skifting.
En vanlig feil er å transformere hver av faktorene $\frac{1}{s+2}$ og e^{-s} for seg, ved basisformlene, og deretter sette svaret lik produktet. Det gis lite score for en slik løsning.

b) Differensialligningen Laplace-transformeres med korrekt Lapace av hvert av leddene y', $2y$ og $6\,u(t-1)$. Deretter løsert kandidaten med hensyn på $Y = \mathcal{L}(y)$. Et viktig steg i løsningen er å utføre den nødvendige delbrøkoppspaltingen. Kandidaten finner uttrykket for $y(t)$, gjerne med henvisning til svaret fra deloppgave a). Det er viktig at kandidaten ser at grafen til løsningsfunksjonen $y(t)$ er gitt ved to ulike uttrykk; ett for $t < 1$, og et annet for $t > 1$.

Oppgave 4. Rekker

a) Kandidaten velger en konvergenstest som gir konklusjon, enten divergenstesten eller integraltesten. Korrekt bruk av test. Deloppgaven besvares ved en setning som konstaterer at rekken divergerer.

b) Konvergensradien kan bestemmes enten ved den oppgitte formelen, eller direkte ved bruk av forholdstesten. Det legges vekt på korrekt oppsett for den valgte metoden. Riktig utført forkortninger i grenseverdien. Korrekt utregnet grenseverdi. Svaret skal skrives som en fullstendig setning der kandidaten angir hvor stor konvergensradien er.

Oppgave 5. Differensligning

Løsningen skal inneholde: Den tilhørende homogene differensligningen. Karakteristisk ligning. Røttene av karaktersitisk ligning. Generell løsning for den homogene differensligningen. Formen til partikulær løsning. Innsetting av partikulær løsning i den opprinnelige differensligningen. Korrekt bestemmelse av konstantene i partikulær løsning. Løsningen som summen av generell løsning for den homogene pluss partikulær løsning av den inhomogene.

Oppgave 6. Fourier-rekker

a) Rett tegnet graf for grunnperioden $-\pi < x \leq \pi$. Denne delen av grafen kopieres periodisk, og kandidatens svar viser tydelig at funksjonen har periodisitet. Svarene på de tre siste spørsmålene følger av avlesning fra grafen. Jevn funksjon med periode $T = 2\pi$ og funksjonen er periodisk.

b) Kandidaten skal beregne koeffisienten a_5 ved integralet

$$a_5 = \frac{2}{T}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{L}\int_{0}^{\pi} f(x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x.$$

Både bruk av integrasjonstabell eller delvis integrasjon er fine metoder for å evaluere dette integralet.

Videre skal kandidaten også identifisere a_5 som koeffisienten til $\cos(5x)$ i Fourier-rekka som er oppgitt. Det tilsvarer $m = 3$ i formelen

$$Ff(x) = \frac{\pi^2}{2} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{(2m-1)^2}\cos((2m-1)x).$$

Dermed blir $a_5 = -\frac{4}{(2\cdot 3-1)^2}$. Kandidaten skal konstatere at svarene er like.

Mange har utført avlesningen ved å sette $m = 5$ i uttrykket $\frac{4}{(2m-1)^2}$. Dette gis noe uttelling.

c) Kandidaten bør bestemme formlene for A_n og B_n uttrykt ved a_n og b_n ved å sette inn partikulær løsning y_n i differensialligningen

$$y_n(x) = A_n\cos(nx) + B_n\sin(nx).$$

Formlene for koeffisientene blir

$$A_n = \frac{1}{\frac{626}{25} - n^2}\cdot a_n \qquad \text{og} \qquad B_n = \frac{1}{\frac{626}{25} - n^2}\cdot b_n.$$

Kandidaten kan på dette grunnlaget konstatere at A_n og B_n er null når de tilsvarende koeffisientene a_n og b_n er null. Det vil si at alle $B_n = 0$, mens $A_n = 0$ for n partall.

For å beregne A_3, A_5 og A_7 er det enklest å benytte generell formel over sammen med avlesning fra den oppgitte Fourier-rekka til f. Alternativ er det helt greit å finne partikulær løsning for $n = 3$, $n = 5$ og $n = 7$ separat.

Den vesentlige observasjonen er at A_5 er betydelig større enn alle andre Fourier-koeffisienter. Dermed vil en typisk løsningsfunksjon $y(x)$ ha *resonans* med periode $2\pi/5$. Dette tilsvarer at bløgen $A_5\cos(5x)$ er det dominerende signalet i en typisk løsning $y(x)$.

Karakterskalaen tar utgangspunkt i den anbefalte skalaen fra Norsk Matematikkråd ved Per Manne, 2003. Skalaen til Matematikkrådet er justert etter gjeldende eksamenssett og disse grensene ble benyttet ved hovedsensuren:

Karakter	Grenser
A	100–90
B	89–78
C	77–56
D	55–46
E	45–32
F	31–0