

# ASSESSMENT GUIDELINES

<b>Course code:</b>	<b>IRE10517</b>
<b>Course name:</b>	<b>Elektriske kretser</b>
<b>Form of examination:</b>	<b>Skriftlig</b>
<b>Date:</b>	<b>04.06.2019</b>
<b>Lecturer(s):</b>	<b>Terje Østerud / Helge Mordt</b>
<b>Comments:</b>	<p>Det settes en samlet helhetlig karakter i emnet, og det gis bokstavkarakter A til F hvor A er beste karakter og F er ikke bestått. Eksamen har vektete oppgaver, hvor oppg. 1 og 2 er vektet med 10% hver, oppg. 3 er vektet med 40% og oppg. 4 og 5 er vektet med 20% hver.</p> <p>Kandidaten bør vise noen av mellomregningene, slik at sensor ser at det er brukt en fornuftig metode, og at det ikke er tilfeldig at svaret er riktig. Kandidaten trenger ikke å vise opplagte overganger.</p> <p>Dersom en oppgave kan løses på flere måter, er i hovedsak alle metoder likeverdige. Men dersom kandidaten har oversett en åpenbar og enkel løsningsmetode, og isteden gjort det på en veldig mye mere komplisert måte, skal det trekkes litt.</p>



1a.

Vi har en 3 meter lang kobbertråd med tverrsnitt  $0,75 \text{ mm}^2$ .

Regn ut resistansen i denne tråden.

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S}$$

L er lengden til ledningen. S er tverrsnittet.  $\rho$  er resistivitet for kobber.  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$

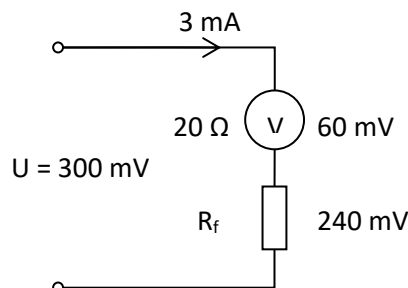
Løsning: 
$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m} \cdot \frac{3\text{m}}{0,75 \cdot 10^{-6}\text{m}^2} = 0,068 \Omega$$

( Enkel oppgave, men utfordringen kan være å regne om fra  $\text{mm}^2$  til  $\text{m}^2$  )

1b

Vi har et dreiespoleinstrument som viser fullt utslag ved 3 mA. Motstanden i instrumentet er  $20 \Omega$ . Vi ønsker et voltmeter som viser 300 mV ved fullt utslag. Bruk dreiespoleinstrumentet og utvid måleområdet med en motstand. Lag en enkel tegning. Regn ut verdien som motstanden må ha.

*Svar: Ved fullt utslag ligger det  $3 \text{ mA} \cdot 20 \Omega = 60 \text{ mV}$  over instrumentet. Hvis måleområdet skal utvides til 300 mV må det ligge  $300 \text{ mV} - 60 \text{ mV} = 240 \text{ mV}$  over formotstanden. Strømmen igjennom formotstanden er 3 mA. Verdien til formotstanden blir da  $R_f = U/I = 240\text{mV}/3\text{mA} = 80 \Omega$ .*



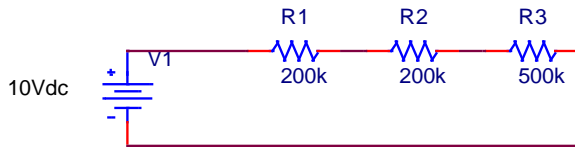
1c

Se kretsen under. Vi ønsker å måle spenningen over  $R_3$  med et voltmeter med en indre motstand på  $500 \text{ k}\Omega$ . Hva er problemet med dette? Forklar. Regn ut spenningen over  $R_3$  med og uten voltmeteret.

*Svar: Problemet er at voltmeteret vil påvirke kretsen. Motstanden i voltmeteret vil komme i parallell med  $R_3$ , slik at denne parallellkoblingen vil få en motstand på  $250 \text{ k}\Omega$ .*

Spenningen over  $R_3$  uten voltmeter: 
$$V_{R_3} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot 10\text{V} = 5,55\text{V}$$

Spenningen over R3 med voltmeter:  $V_{R3} = \frac{250k\Omega}{200k\Omega+200k\Omega+250k\Omega} \cdot 10V = 3,85V$



1d

Samme kretsen som før, se over.

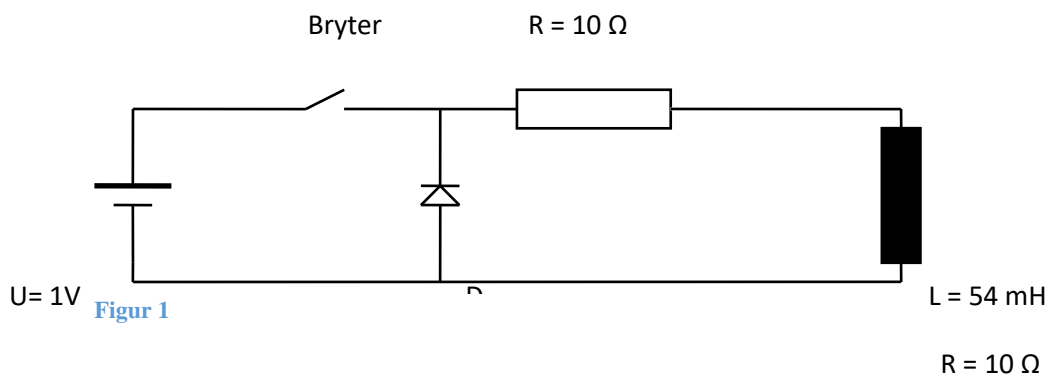
Vi har et oscilloskop med 2 vanlige prober. Vi ønsker å måle spenningen over spenningskilden med kanal 1, samtidig som vi måler spenningen med kanal 2 over R2. Hva er problemet med dette?

Svar 1d

Jordkrokodilleklemma i de to probene har felles jord, de er koblet sammen intern i skopet. Hvis man foreksempel kobler den ene jordkrokodilleklemma til minus på spenningskilden, så kan ikke den andre jordkrokodilleklemma kobles til andre steder i kretsen, for da kortslutter man. Disse punktene blir da koblet sammen.

Oppg 2.

Se Figur 1. Vi har en likespenningskilde på 1V, en diode, en bryter, en motstand på 10 Ω, og en spole på 54mH som også har en resistiv motstandsverdi på 10 Ω på grunn av lang og tynn viklingstråd.



Vi forutsetter at vi ikke får kontaktprell.

- a. Hva menes med kontaktprell?
- b.

*Svar: . Når kontaktflaten til den bevegelige delen i en bryter treffer kontaktflaten til en av de faste kontaktene, risikerer man at den bevegelige delen spretter litt tilbake og hopper litt før den legger seg til ro.*

- c. Hva skjer i kretsen med en gang bryteren slås på? Hvilken spenning vil vi få over spolen til å begynne med? Hva vil skje med strøm og spenning i kretsen frem til verdiene har stabilisert seg? Forklar med ord. Det er ikke nødvendig med formler.

*Svar: Hele spenningen fra spenningskilden ( 1V) vil legge seg over spolen. Spenningen vil ha en slik retning at den motvirker spenningen fra spenningskilden. Strømmen vil til å begynne med være 0. Etter hvert vil spenningen over spolen synke, og det begynner å gå en strøm igjennom spolen og kretsen for øvrig. ( Ikke gjennom dioden, den vil sperre for strømmen). Når verdiene har stabilisert seg vil ikke den induktive delen av spolen sette opp noen motspenning, men det vil allikevel være et spenningsfall over spolen på grunn av resistansen i viklingstråden.*

- d.

Regn ut hvilken strøm vi får i kretsen når verdiene har stabilisert seg. ( Forutsetter at indre motstand i spenningskilden er tilnærmet null.)

*Svar:  $R=10 \Omega$ . Resistansen i spolens viklingstråd er  $10 \Omega$ . Til sammen blir dette  $20 \Omega$ .*

$$I=U/R = 1V/20 \Omega = 0,05A$$

- e. Hva skjer i kretsen hvis vi slår av bryteren etter at verdiene har stabilisert seg? Hvordan blir polariteten over spolen? Forklar med ord.

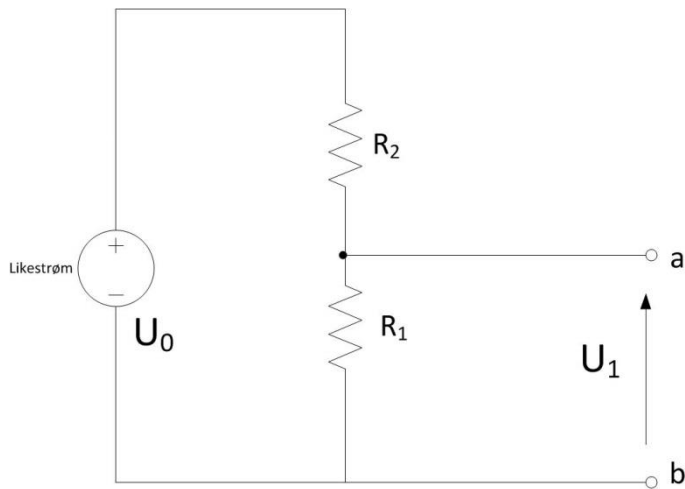
*Svar: Spenningen over spolen snur slik at den med sin opplagrede energi kan drive strømmen i samme retning som før. Strømmen vil gå tilbake til spolen via dioden og igjennom motstanden. Strøm og spenning vil synke gradvis til energien i spolen er brukt opp.*

- f. Hva skjer hvis vi slår av bryteren uten dioden i kretsen? Nevn et par forskjellige muligheter.

*Svar: Spolen vil forsøke å drive strømmen i samme retning som før, men når kretsen blir brutt, og strømmen ikke har noen returvei, så vil spenningen over spolen snu og øke for at strømmen/energien i spolen kan lades ut via andre veier. Spenningen over spolen kan bli meget høy. Hva som skjer er avhengig av hvordan kretsen er. Det er mange muligheter. En av dem er at det blir overslag i bryteren like etter at kontaktflatene i denne beveger seg fra hverandre. Eller det blir overslag /krypstrømmer andre steder. Eller oppladning / resonans med tilfeldig kapasitans i kretsen.*

## Oppgave likestrøms kretser

Figuren viser en elektrisk krets bestående av en spenningskilde og to motstandere;



Figur 2 Elektrisk krets

Gitt følgende verdier;

- $U_0 = 100 \text{ V}$
- $R_1 = 10 \text{ ohm}$
- $R_2 = 90 \text{ ohm}$

a) Beregn spenningen  $U_1$

Svar; Spenningen  $U_1$  er gitt av;

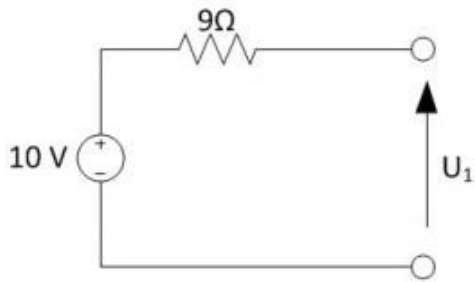
$$U_1 = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 100 \cdot \frac{10}{90 + 10} = \underline{10[V]}$$

b) Hva kalles denne type krets?

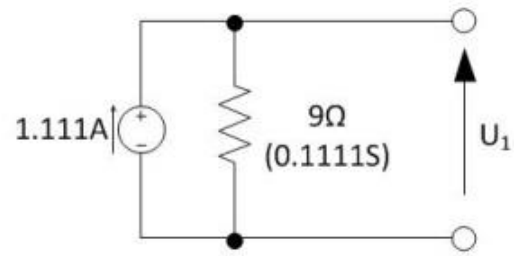
Svar;

En spenningsdeler

- c) Bestem en Thevenin og en Norton ekvivalent for denne kretsen, (Tegn figur og på før i tegningen verdiene på komponentene).



Thevenin

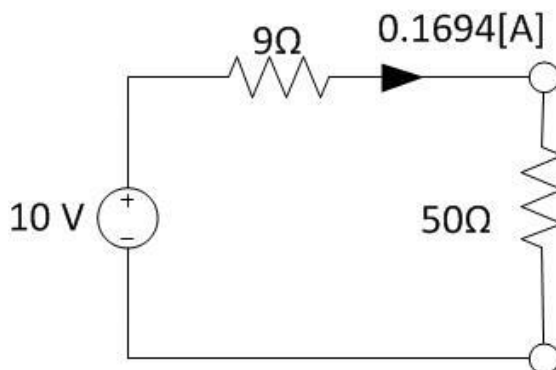


Norton

- d) Kretsen belastes med en motstand på 50 ohm mellom klemme a og b, hva blir spenningen  $U_1$  nå?

Svar;

Benytter Thevenin ekvivalenten, total motstand er 59 ohm, strømmen blir da  $10/59=0.1694A$



Spenningen over 50 ohms motstanden blir da; 8.474 [V]

- e) Motstander som kjøpes finnes i forskjellig serier. Den mest vanlige er E12 serien som inneholder følgende verdier i multiplum av  $10^n$ , hvor  $n = 0, 1, 2, 3$  osv

E12 STANDARD RESISTOR SERIES		
1.0	1.2	1.5
1.8	2.2	2.7
3.3	3.9	4.7
5.6	6.8	8.2

90 ohm finnes ikke i denne serien. Velg ut to motstandere fra serien som ved parallell kobling vil gi 90 ohm, og som deler strømmen mest mulig likt mellom seg.

Svar;

For at motstanderne skal dele strømmen mest mulig likt, må de være like hverandre i verdi. Det er her nærliggende å velge 2 x 180 ohm (n=2), da disse gir 90 ohm i parallell.

- f) Hvilken minimum effekt må disse motstanderne tåle?  
(tips; Vurder kretsen når a og b er kortsluttet)

Svar;

Når a og b er kortsluttet går det 1.111 A, da motstanderne er like fordeles denne strømmen likt mellom motstanderne  $\frac{1}{2}$  I på hver som gir 0,5555 A.

Effekten er gitt av;

$$P = I^2 \cdot R = 0.555^2 \cdot 180 = 55.5 [W]$$

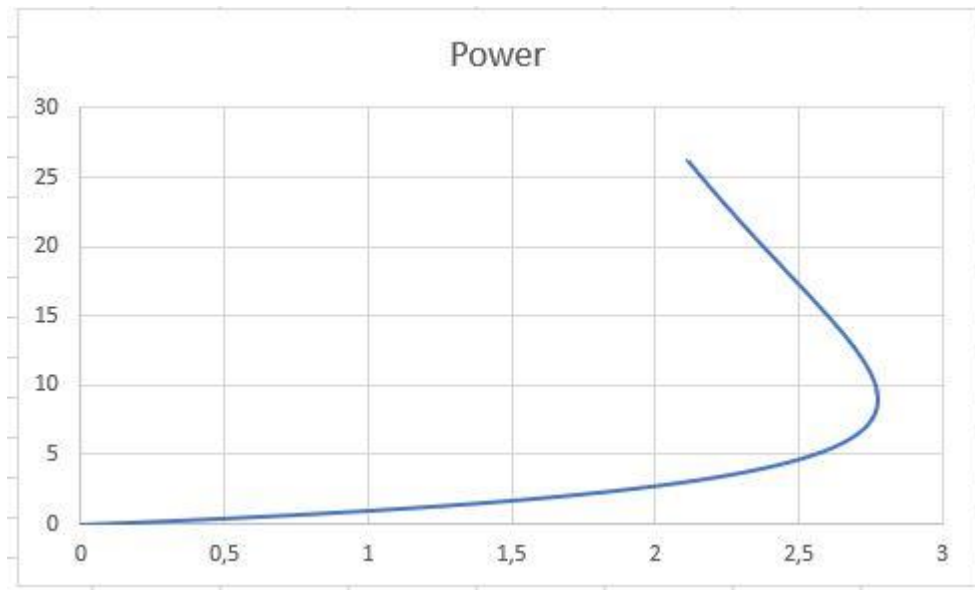
- g) Hva er den maksimale effekt som kan overføres fra kilden til en last koblet mellom klemmene a og b og hvilken motstands verdi har denne lasten?

Svar;

I henhold til kriteriet for overføring av maksimal effekt, inntreer dette når last impedansen er lik kilde impedansen ); 9 ohm.

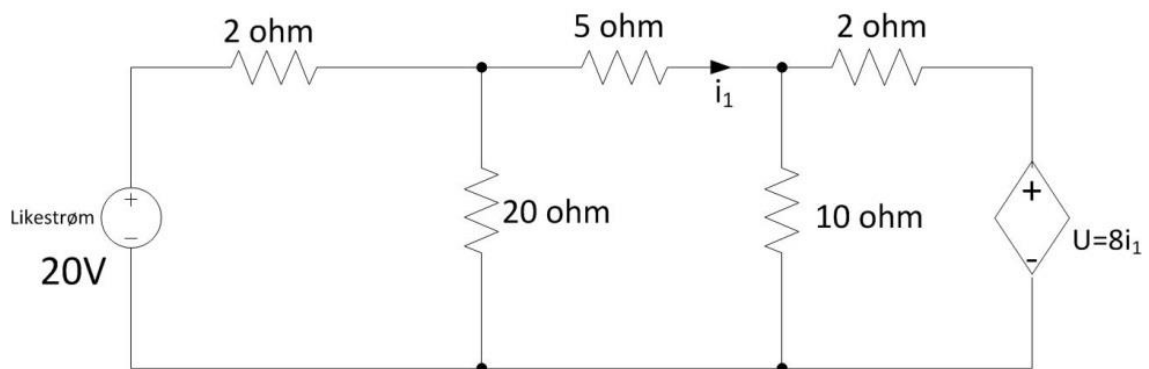
Effekten er da gitt av;

$$P = R_L \cdot \left( \frac{U_1}{R_L + R_i} \right)^2 = 9 \cdot \left( \frac{10}{9 + 9} \right)^2 = 2.777 [W]$$



Effekten er x akse mens y er last impedans

h) Figuren viser en krets med en avhengig spenningskilde;



Figur 3 Krets med avhengig kilde

Bruk nodespenningsmetoden til å beregne følgende;

- Spenningen over motstanden på 10 ohm
- Effekten som avsettes i motstanden på 5 ohm
- Strømmen gjennom den avhengige kilden.

Vi har to nodespenninger, den ene over 20 ohms motstanden og den andre over 10 ohms motstanden.



Dette gir oss følgende ligninger;

$$\frac{U_1 - 20}{2} + \frac{U_1}{20} + \frac{U_1 - U_2}{5} = 0$$

$$\frac{U_2 - 8 \cdot i_i}{2} + \frac{U_2}{10} + \frac{U_2 - U_1}{5} = 0$$

I tillegg har vi følgende ligning:

$$i_1 = \frac{U_1 - U_2}{5}$$

Settes dette inn i ligning 2 får vi to ligninger og to ukjente

Løses disse ut gir det;

$$15U_1 - 4U_2 - 200 = 0$$

$$16U_2 - 10U_1 = 0$$

Dette gir  $U_1 = 16 \text{ V}$ ,  $U_2 = 10 \text{ V}$

Spenningen over motstanden på 10 ohm= $U_2 = 10 \text{ V}$

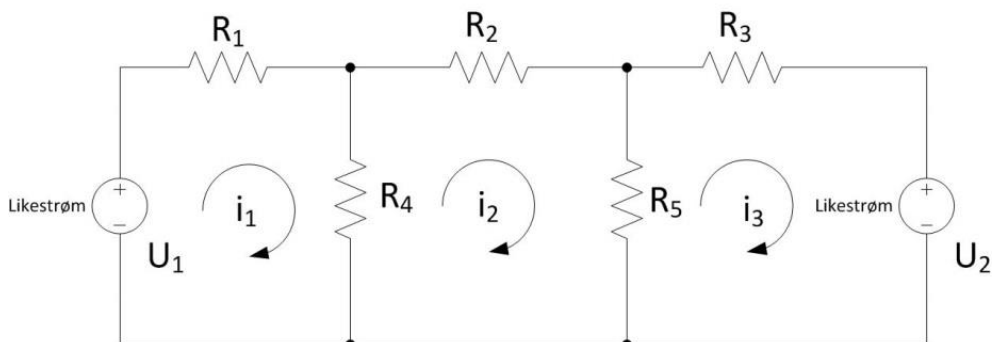
Effekten som avsettes i motstanden på 5 ohm er gitt av;

$$P = \frac{(U_1 - U_2)^2}{5} = \frac{6^2}{5} = 7.2 \text{ W}$$

Strømmen gjennom den avhengig kilden;

$$i = i_1 - \frac{U_2}{10} = 0.2 \text{ A}$$

i) Følgende krets er gitt;



Denne kretsen kan beskrives av følgende lineære likningssett;

$$A \cdot i = U$$

Hvor  $i$  er gitt av;

$$i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

Bestem matrisene  $A$  og  $U$

Svar;

$$A = \begin{bmatrix} R_1 + R_4 & -R_4 & 0 \\ -R_4 & R_4 + R_2 + R_5 & -R_5 \\ 0 & -R_5 & R_3 + R_5 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ 0 \\ -U_2 \end{bmatrix}$$

j) Gitt følgende verdier;

$$U_1 = 400 \text{ V}$$

$$U_2 = 200 \text{ V}$$

$$R_1 = 20 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = 60 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = 40 \text{ } \Omega$$

$$R_4 = 80 \text{ } \Omega$$

$$R_5 = 60 \text{ } \Omega$$

Beregn de tre strømmene  $i_1$ ,  $i_2$  og  $i_3$

Hvor stor effekt avsettes i  $R_5$ ?

Kilden  $U_2$ , produserer den eller forbruker den effekt? (Begrunn svaret)

Innsatt gir dette;

$$A = \begin{bmatrix} 100 & -80 & 0 \\ -80 & 200 & -60 \\ 0 & -60 & 100 \end{bmatrix} \quad U = - \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \\ -200 \end{bmatrix}$$

Strømmen er gitt av;

$$i = A^{-1} \cdot U$$

Løses matrisene gir dette;

$$i = \begin{bmatrix} 5,6 \\ 2 \\ -0,8 \end{bmatrix}$$

I og med at  $i_3$  er negativ går strømmen motsatt av definisjonsretningen. Samlet strøm  $R_5$

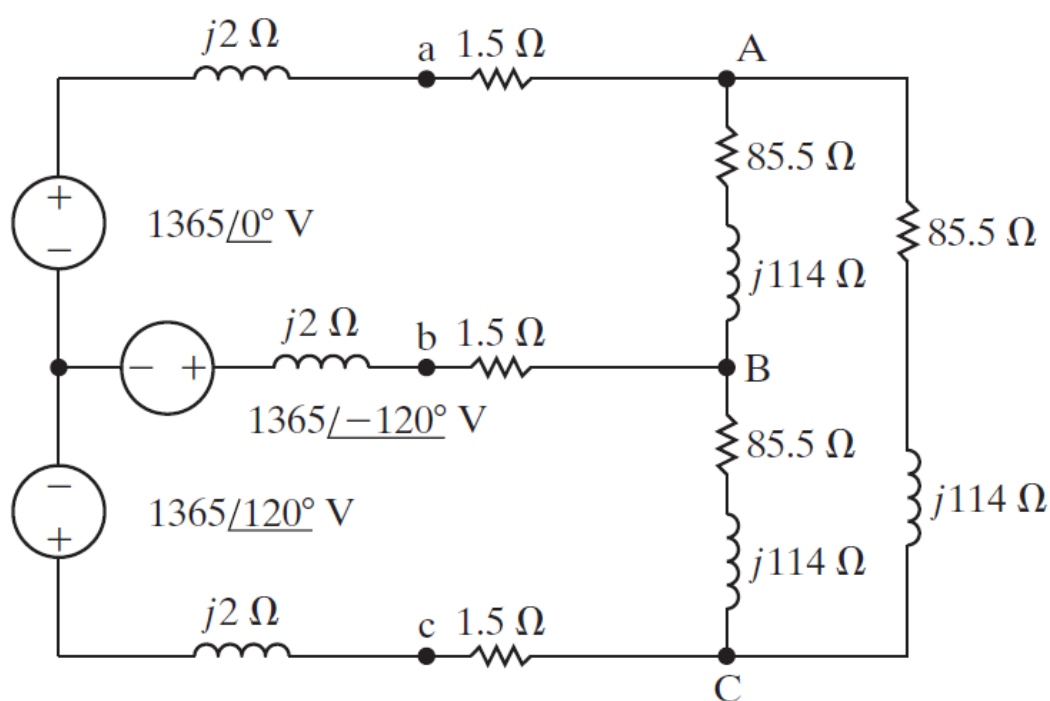
Er da summen av  $i_2$  og  $i_3 = 2,8$  A

Effekten blir da:  $P = 2,8^2 \cdot 60 = 470,4[W]$

U2 er en produsent fordi P er negativ for denne:  $P=200*(-0.8)=-160W$ , dette ses av strømretningen.

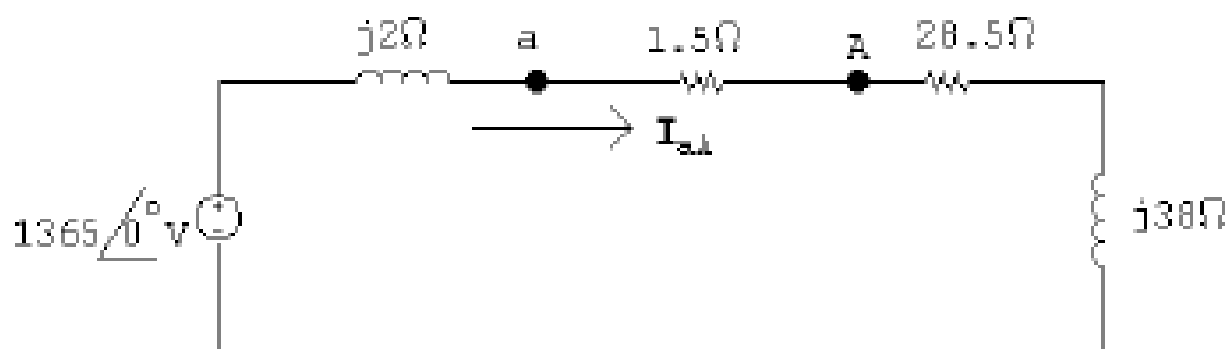
# Vekselstrøm

Figuren under viser en symmetrisk trefase krets.



Figur 5 Trefasekrets, positiv fasefølge

a) Tegn enfase - ekvivalent av kretsen.



b) Regn ut linjestrømmen  $I_{CA}$ .

$$I_{aA} = \frac{1365/0^\circ}{30 + j40} = 27.3 / -53.13^\circ \text{ A (rms)}$$

$$I_{CA} = \frac{I_{aA}}{\sqrt{3}} / 150^\circ = 15.76 / 96.87^\circ \text{ A (rms)}$$

c) Regn ut aktiv og reaktiv effekt levert fra U for hver fase.

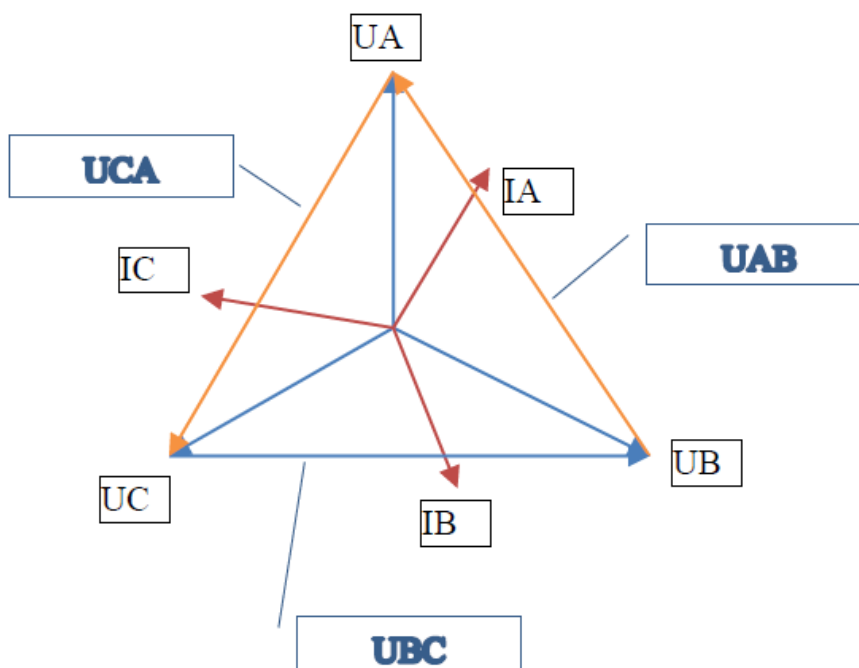
$$I_{aA} = \frac{1365 \angle 0^\circ}{30 + j40} = 27.3 \angle -53.13^\circ$$

$$P_\phi = V_\phi \cdot I_\phi \cdot \cos \phi_\phi = 1365 \cdot 27.3 \cdot \cos 53.13^\circ = \underline{\underline{22358W}}$$

$$Q_\phi = V_\phi \cdot I_\phi \cdot \sin \phi_\phi = 1365 \cdot 27.3 \cdot \sin 53.13^\circ = \underline{\underline{29811VAr}}$$

Eller:  $S_\phi = V_\phi \cdot I_\phi^* = 1365 \cdot (1638 + j21.84) = \underline{\underline{22358 + j29811VA}}$

d) Tegn trefase spenningene og strømmene (behøver ikke være i skala, men det er viktig å tegne vinklene noenlunde riktig). Vis linjespenningene på samme tegning. Hva er tallverdien av linjespenningene? Det er ikke nødvendig å regne ut vinklene.



Linjespenning:  $V_L = V_\phi \cdot \sqrt{3} = 1365 \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{2364 V}}$

- e) Hvorfor vil man på generelt grunnlag ha en så liten faseforskyvning mellom strøm og spenning som mulig?

Statkraft og DLE(lokalt elverk) planlegger og prosjekterer overføringslinjer med tanke på worst-case scenario. Dvs at det må planlegges med tanke på uttak av aktiv effekt (P)

Som vi ser av formel i c) er uttak av effekt avhengig av  $\cos \phi_\phi$ , faseforskyvning mellom strøm og spenning. Med en stor faseforskyvning får vi lite aktiv effekt ut av nettet.

- f) Hvis den omtalte faseforskyvningen er noe for høy, hva kan man gjøre for justere dette problemet?

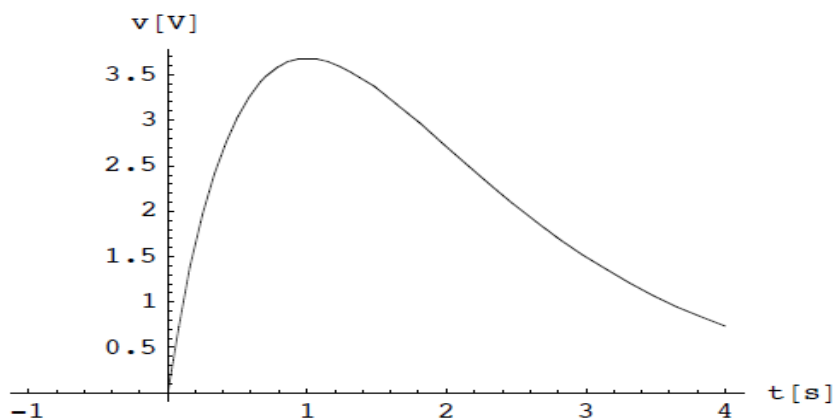
Man kompenserer dette med et kondensatorbatteri, primært koblet i parallell ute ved lastområdet. Batteriet kan enten kobles i stjerne eller trekant.

## Transienter.

Spenningen over en 50 mH spole er gitt ved:

$$v(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 10 t e^{-t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

- a) Skisser grafen til spenningen over spolen for intervallet  $-1 \leq t \leq 4$



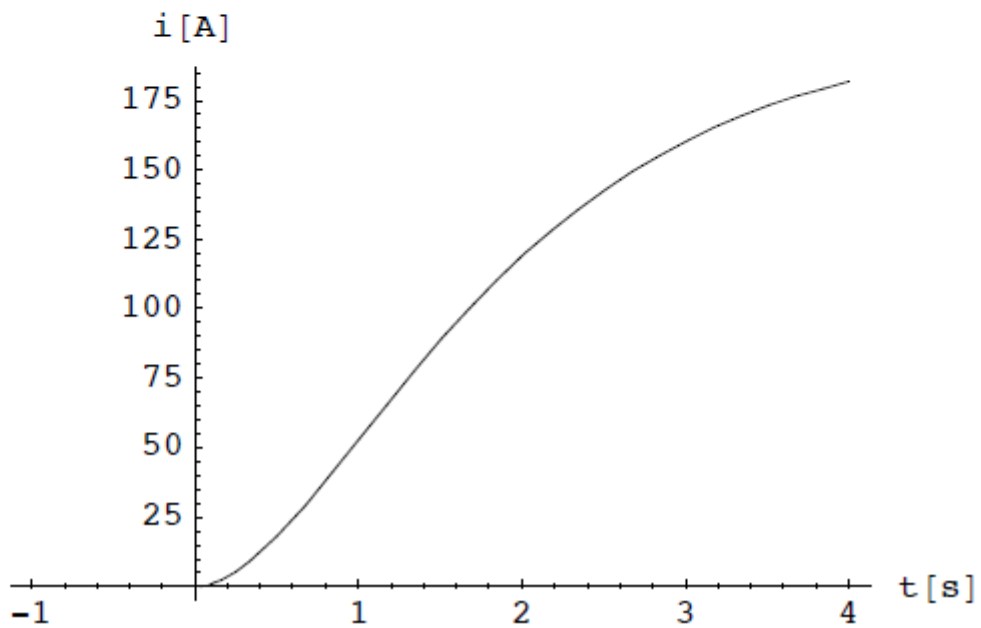
b) Skisser grafen til strømmen gjennom spolen for intervallet  $-1 \leq t \leq 4$

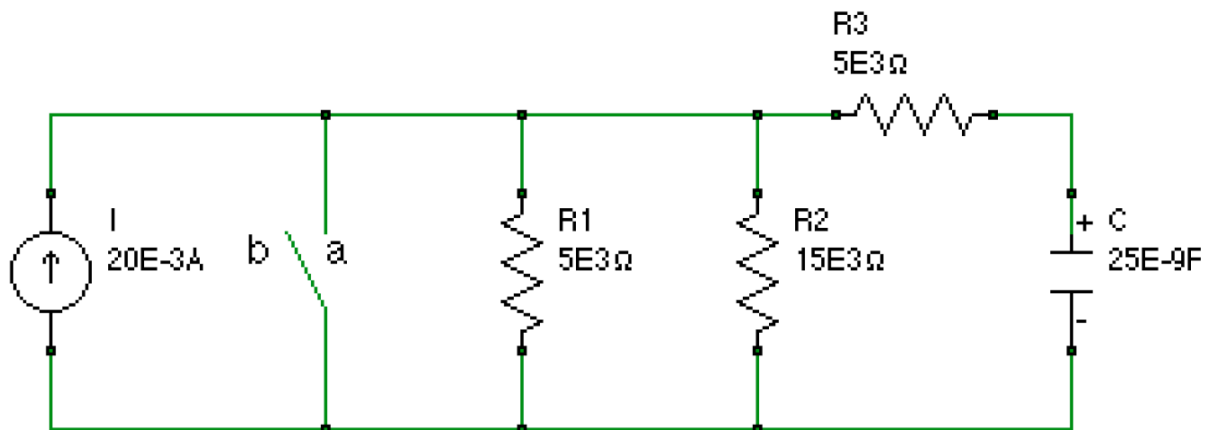
Først finner vi uttrykket for strømmen fra:

$$v_L = L \frac{di}{dt}$$
$$i = \frac{1}{L} \int_0^t v_L dt + i_0$$

Innsatt i uttrykket over gir dette strømmen:

$$i(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 200(1 - e^{-t} - t e^{-t}), & t \geq 0 \end{cases}$$





Figur 6 Transient - krets

Bryteren i kretsen over har vært i posisjon a i lang tid. Ved  $t = 0s$  slås den over til posisjon b.

c) Beregn spenningen over kondensatoren som funksjon av tiden for  $t \geq 0^+$

Vi forenkler kretsen til en seriekopling av en spenningskilde, en motstand og en kondensator (kildetransformasjon):

Resultantmotstanden for parallellkoplingen:

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5k \cdot 15k}{5k + 15k} = 3.75 \text{ k}\Omega$$

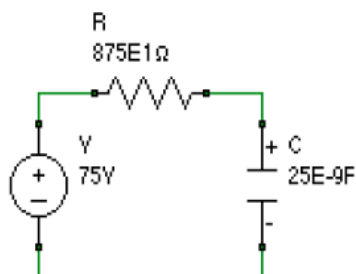
Spenningskilden etter kildetransformasjon:

$$V = I R_p = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 3.75 \cdot 10^3 = 75 \text{ V}$$

Resultantmotstanden for seriekoplingen:

$$R_s = R_p + R_3 = 3.75 \text{ k} + 5 \text{ k} = 8.75 \text{ k}\Omega$$

Dette gir den forenklete kretsen, der formlene for trinn-respons er gyldig:





Vi bruker at responsen (både trinn og naturlig) er gitt ved:

$$f(t) = f(\infty) + [f(0^+) - f(\infty)] e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}$$

$$v_C(0^-) = v_C(0^+) = 0$$

$$v_C(\infty) = 75 \text{ V}$$

$$\tau = RC = 8.75 \text{ k} * 25 \text{ n} = 219 \mu\text{s}$$

Innsatt gir dette oss:

$$v_C(t) = v(\infty) + [v(0^+) - v(\infty)] e^{-\frac{(t-0)}{\tau}}$$

$$v_C(t) = 75 + (0 - 75) e^{-4571 t} = (75 - 75 e^{-4571 t}) \text{ V}$$

**d) Beregn strømmen gjennom motstanden  $R_3$  som funksjon av tiden for  $t \geq 0^+$  .**

En kondensator er gitt ved:

$$i_C = C \frac{dv}{dt}$$

$$i_C = 25 * 10^{-9} (-75) (-4571) e^{-4571 t} = 8.57 e^{-4571 t} \text{ mA}$$

e) Skisser forløpet for spenningen over kondensatoren fra  $t=0^+$  til  $t = 60 \text{ ms}$  bruk  $1 \text{ cm} = 5 \text{ ms}$  som målestokk for x akse og  $1\text{V}=1\text{cm}$  som målestokk for y akse.

