

EKSAMEN

Emnekode: IRE10517	Emnenavn: Elektriske kretser
Dato: 04.06.2019 Sensurfrist: 25.06.2019	Eksamenstid: 09:00-13:00
Antall oppgavesider: 7 Antall vedleggsider: 10	Faglærer: Terje Østerud (41473434) / Helge Mordt (90686990) Oppgaven er kontrollert: Ja
Hjelpemidler: Utlevert formelark. Godkjent kalkulator.	
<p>Om eksamensoppgaven: Du kan selv velge i hvilken rekkefølge du vil svare på oppgavene. Les oppgaveteksten nøye, og nummerer besvarelsen i samsvar med oppgaveteksten.</p> <p>Dersom du ikke klarer å løse en deloppgave, kan du anslå et svar dersom du må ha et for å komme videre. Det må da opplyses om dette i besvarelsen.</p> <p>Forsøk å oppgi sluttsvarene med passende antall sifre. Skriv med kulepenn.</p> <p>Lykke til.</p>	
Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig	



Oppg-1. Lab-relaterte oppgaver. (10%)

a.

Vi har en 3 meter lang kobbertråd med tverrsnitt $0,75 \text{ mm}^2$. Regn ut resistansen i denne tråden.

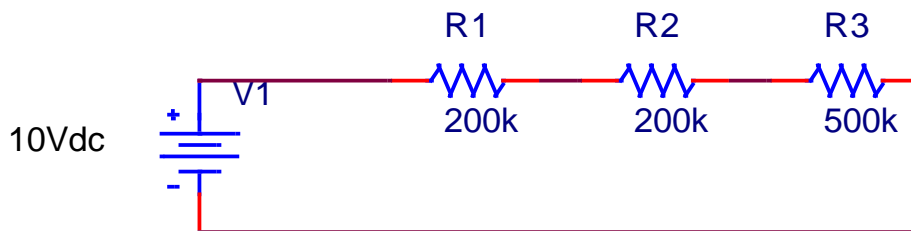
Vi har formelen: $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$

b.

Vi har et dreiespoleinstrument som viser fullt utslag ved 3 mA. Motstanden i instrumentet er 20Ω . Vi ønsker et voltmeter som viser 300 mV ved fullt utslag. Bruk dreiespoleinstrumentet og utvid måleområdet med en motstand. Lag en enkel tegning. Regn ut verdien som motstanden må ha.

c.

Se kretsen under. Vi ønsker å måle spenningen over R3 med et voltmeter med en indre motstand på $500 \text{ k}\Omega$. Hva er problemet med dette? Forklar. Regn ut spenningen over R3 med og uten voltmeteret.



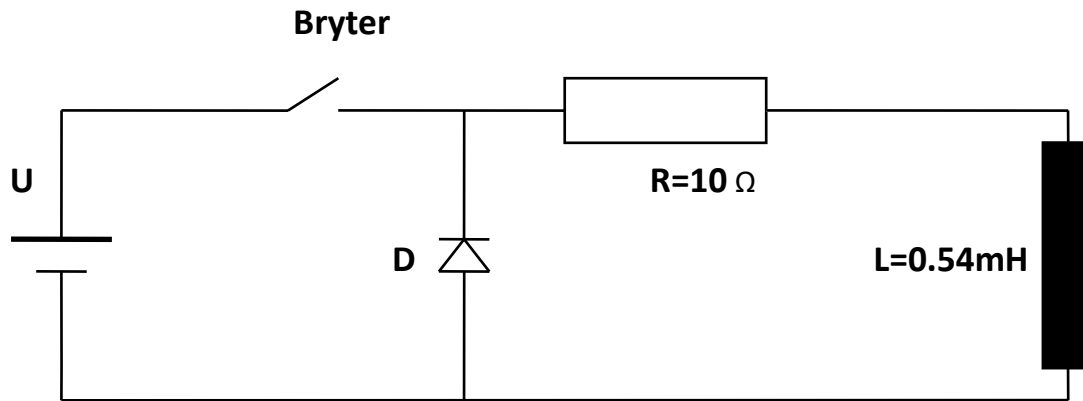
d.

Samme kretsen som før, se over.

Vi har et oscilloskop med 2 vanlige prober, (ikke differensialprober). Vi ønsker å måle spenningen over spenningskilden med kanal 1, samtidig som vi måler spenningen med kanal 2 over R2. Hva er problemet med dette?

Oppg-2. Lab-relaterte oppgaver. (10%)

Vi har en likespenningskilde på 1V, en diode, en bryter, en motstand på $10\ \Omega$, og en spole på 54mH som også har en resistiv motstandsverdi på $10\ \Omega$ på grunn av lang og tynn viklingstråd.



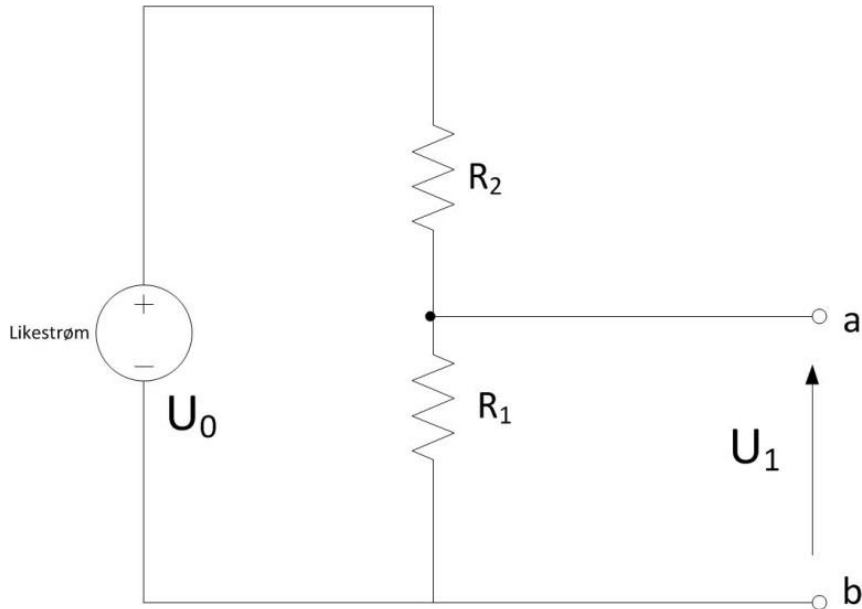
Figur 1

Vi forutsetter at vi ikke får kontaktprell.

- Hva menes med kontaktprell?
- Hva skjer i kretsen med en gang bryteren slås på? Hvilken spenning vil vi få over spolen til å begynne med? Hva vil skje med strøm og spenning i kretsen frem til verdiene har stabilisert seg? Forklar med ord. Det er ikke nødvendig med formler.
- Regn ut hvilken strøm vi får i kretsen når verdiene har stabilisert seg. (Forutsetter at indre motstand i spenningskilden er tilnærmet null.)
- Hva skjer i kretsen hvis vi slår av bryteren etter at verdiene har stabilisert seg? Hvordan blir polariteten over spolen? Forklar med ord.
- Hva kan skje hvis vi slår av bryteren uten dioden i kretsen? Nevn et par forskjellige muligheter.

Oppg-3. Likestrøm. (40%)

Figuren under viser en elektrisk krets bestående av en spenningskilde og to motstander;



Figur 2 Elektrisk krets

Gitt følgende verdier;

- $U_0 = 100 \text{ V}$
- $R_1 = 10 \text{ ohm}$
- $R_2 = 90 \text{ ohm}$

- a) Beregn spenningen U_1
- b) Hva kalles denne type krets?
- c) Bestem en Thevenin og en Norton ekvivalent for denne kretsen, (Tegn figur og påfør i tegningen verdiene på komponentene).
- d) Kretsen belastes med en motstand på 50 ohm mellom klemme a og b, hva blir spenningen U_1 nå?

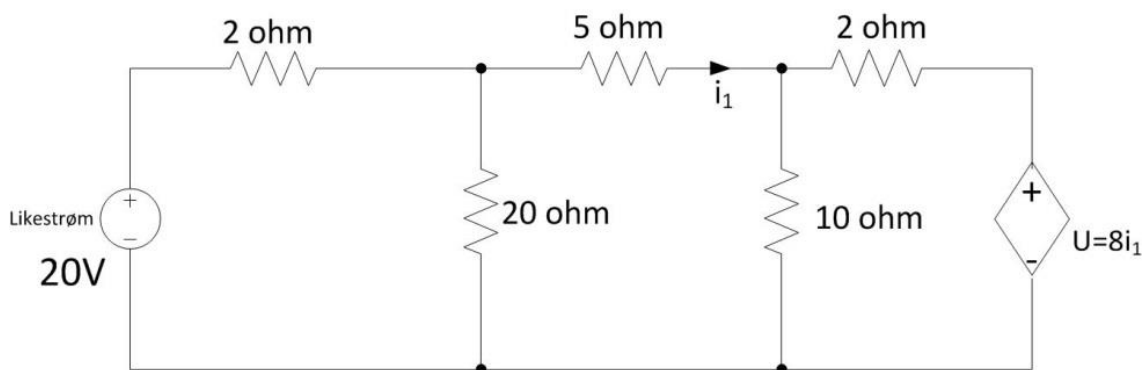
- e) Motstander som kjøpes finnes i forskjellig serier. Den mest vanlige er E12 serien som inneholder følgende verdier i multiplum av 10^n , hvor $n = 0, 1, 2, 3$ osv

E12 STANDARD RESISTOR SERIES		
1.0	1.2	1.5
1.8	2.2	2.7
3.3	3.9	4.7
5.6	6.8	8.2

90 ohm finnes ikke i denne serien. Velg ut to motstandere fra serien som ved parallell kobling vil gi 90 ohm, og som deler strømmen mest mulig likt mellom seg.

- f) Hvilken minimum effekt må disse motstanderne tåle?
(tips; Vurder kretsen når a og b er kortsluttet)
- g) Hva er den maksimale effekt som kan overføres fra kilden til en last koblet mellom klemmene a og b og hvilken motstands verdi har denne lasten?

Figuren under viser en krets med en avhengig spenningskilde;

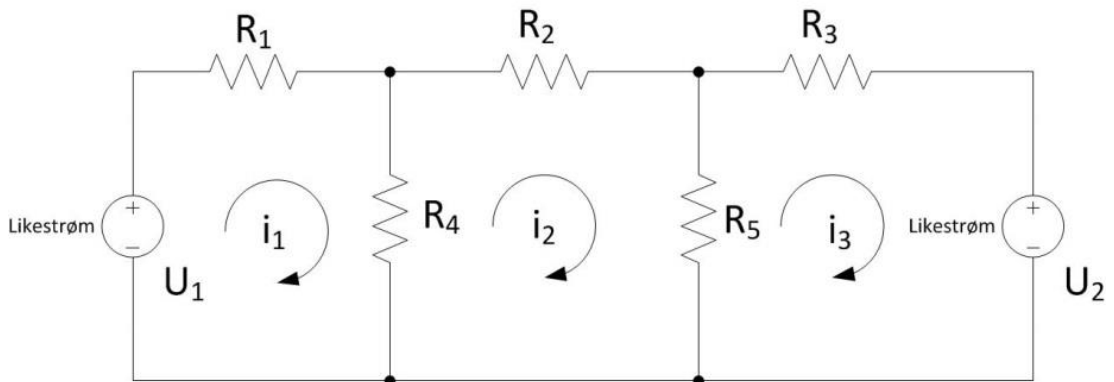


Figur 3 Krets med avhengig kilde

Bruk nodespenningsmetoden til å beregne følgende;

- Spenningen over motstanden på 10 ohm
- Effekten som avsettes i motstanden på 5 ohm
- Strømmen gjennom den avhengige kilden.

Følgende krets er gitt;



Figur 4 Krets med tre masker

Denne kretsen kan beskrives av følgende lineære likningssett;

$$A \cdot i = U$$

Hvor i er gitt av;

$$i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

Bestem matrisene A og U

Gitt følgende verdier;

$$U_1 = 400 \text{ V}$$

$$U_2 = 200 \text{ V}$$

$$R_1 = 20 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = 60 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = 40 \text{ } \Omega$$

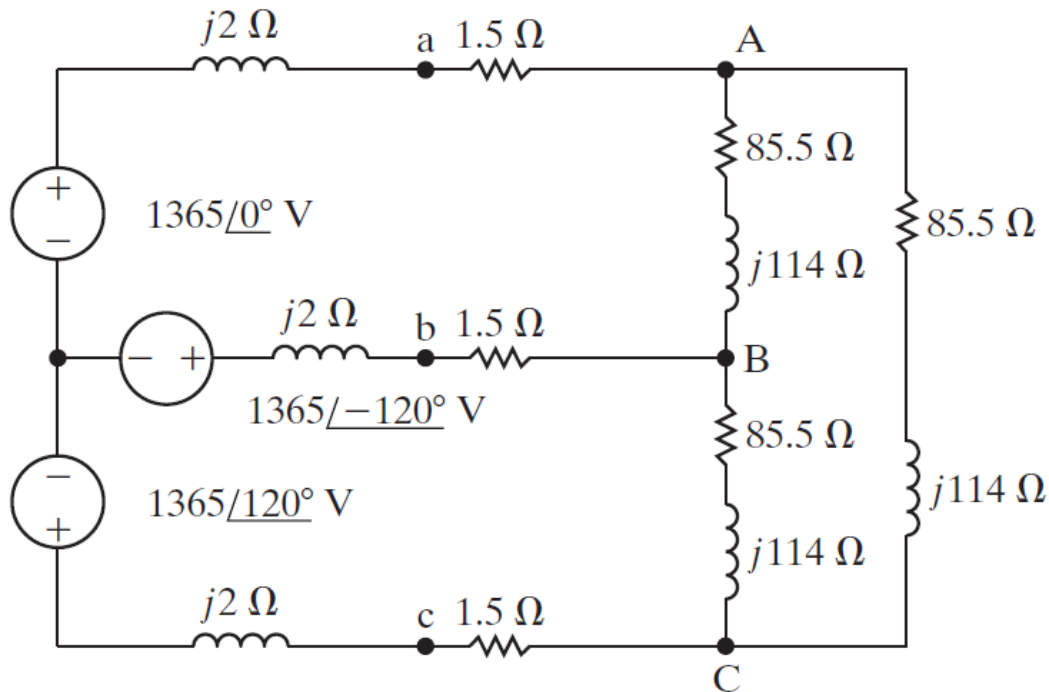
$$R_4 = 80 \text{ } \Omega$$

$$R_5 = 60 \text{ } \Omega$$

- Beregn de tre strømmene i_1 , i_2 og i_3
- Hvor stor effekt avsettes i R_5 ?
- Kilden U_2 , produserer den eller forbruker den effekt? (Begrunn svaret)

Oppg-4. Vekselstrøm. (20%)

Figuren under viser en symmetrisk trefase krets.



Figur 5 Trefasekrets, positiv fasefølge

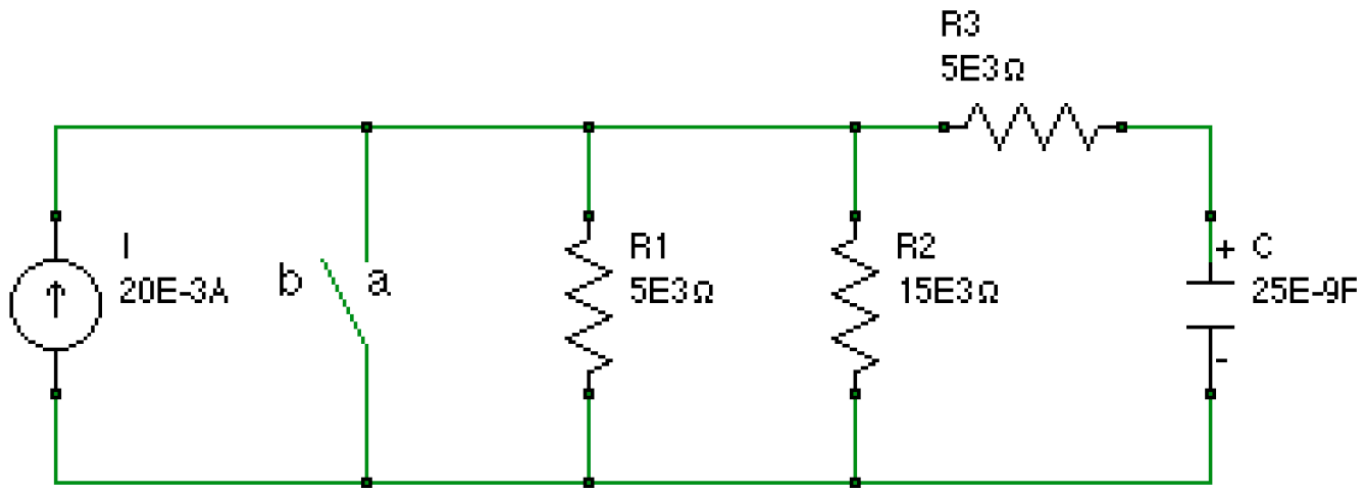
- Tegn enfase - ekvivalent av kretsen.
- Regn ut linjestrømmen I_{CA} .
- Regn ut aktiv og reaktiv effekt levert fra U for hver fase.
- Tegn trefase spenningene og strømmene (behøver ikke være i skala, men det er viktig å tegne vinklene noenlunde riktig). Vis linjespenningene på samme tegning. Hva er tallverdien av linjespenningene? Det er ikke nødvendig å regne ut vinklene.
- Hvorfor vil man på generelt grunnlag ha en så liten faseforskyvning mellom strøm og spenning som mulig?
- Hvis den omtalte faseforskyvningen er noe for høy, hva kan man gjøre for justere dette problemet?

Oppg-5. Transienter. (20%)

Spenningen over en 50 mH spole er gitt ved:

$$v(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 10 t e^{-t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

- Skisser grafen til spenningen over spolen for intervallet $-1 \leq t \leq 4$
- Skisser grafen til strømmen gjennom spolen for intervallet $-1 \leq t \leq 4$



Figur 6 Transient - krets

Bryteren i kretsen over har vært i posisjon a i lang tid. Ved $t = 0$ s slås den over til posisjon b.

- Beregn spenningen over kondensatoren som funksjon av tiden for $t \geq 0^+$
- Beregn strømmen gjennom motstanden R_3 som funksjon av tiden for $t \geq 0^+$
- Skisser forløpet for spenningen over kondensatoren fra $t=0^+$ til $t = 60$ ms bruk 1 cm = 5 ms som målestokk for x akse og 1V=1cm som målestokk for y akse.

Formelark for eksamen i elektriske kretser

$$G = \frac{1}{R} [\text{S}] \text{ (Konduktiviteten, Siemens)}$$

$$P = I^2 * R = \frac{U^2}{R} \text{ (Effekt)}$$

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3 \text{ (Seriemotstander)}$$

$$R_{tot} = (R_1 * R_2) / (R_1 + R_2) \text{ (Parallele motstander)}$$

$$\text{Strømdeling: } I_{R1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} * I \text{ (Strøm gjennom } R_1)$$

$$\text{Spenningsdeling: } V_{R1} = U * \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ (Spenning over } R_1)$$

$$\text{Maks effektoverføring: } P_{maks} = \frac{R_{Th}^2}{4R_L}$$

$$\text{Spole i serie} = L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

$$\text{Spole i parallell} = \frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

$$\text{Kondensator i serie} = \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

$$\text{Kondensator i parallell} = C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

	Likestrøm	Transienter	Vekselstrøm
Motstand	$U = R * I$	$U = R * I$	$U = R * I$
Induktans	Kortslutning	$u = L * \frac{di}{dt}$ $i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u dt + i(t_0)$	$U = j\omega * L$
Kapasitans	Brudd	$i = C * \frac{du}{dt}$ $u(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + u(t_0)$	$I = j\omega * U$

Effekt:

$$p = Li \frac{di}{dt} = \frac{dw}{dt} \text{ (effekt spole)}$$

$$p = Cv \frac{dv}{dt} = vi \text{ (effekt kondensator)}$$

$$\omega \text{ (rad/sek)} = 2 * \pi * f \text{ (Hertz)}$$

Energi:

$$w = \frac{1}{2} * C * v^2$$

$$w = \frac{1}{2} * L * i^2$$

Naturlige responsen i en RL-krets:

$$i(t) = I_0 e^{\left(-\frac{R}{L}\right)t}, \quad t \geq 0$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t \geq 0$$

Finne tidskonstanten Tau:

$$T = \frac{L}{R}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{R}{L}$$

Naturlige responsen i en RC-krets:

$$v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{RC}}, \quad t \geq 0$$

$$v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{\tau}}, \quad t \geq 0$$

$$\tau = R * C$$

Sprangresponsen til en RL og en RC krets:

RL krets:

$$v(t) = (V_S - R * I_0) e^{-\frac{R}{L} * t}$$

$$i(t) = \frac{V_S}{R} + (I_0 - \frac{V_S}{R}) e^{-\frac{R}{L} * t}$$

RC krets:

$$v(t) = V_S + (V_0 - V_S) e^{-\frac{t}{R * C}}$$

$$i(t) = \frac{V_S - V_0}{R} * e^{-\frac{t}{R * C}}$$

Ved $V_0=0$ i en RC krets:

$$v(t) = V_S (1 - e^{-\frac{t}{R * C}})$$

$$i(t) = \frac{V_S}{R} * e^{-\frac{t}{R * C}}$$

Den generelle responsen:

$$x = x(\infty) + (x(0) - x(\infty)) e^{-\frac{t}{T}}$$

X er strøm eller spenning.

*den generelle løsningen = sluttverdien + (startverdi - sluttverdi) * e^{-t/T}*

Responserne til RLC-kretser:

$$\alpha = \frac{1}{2 * R * C}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L * C}}$$

Overdempet krets hvis: $\alpha^2 > \omega_0^2$

Underdempet krets hvis: $\alpha^2 < \omega_0^2$

Kritisk dempet krets hvis: $\alpha^2 = \omega_0^2$

$$S_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$S_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Overdempet krets: $x(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

$$x(0) = A_1 + A_2$$

$$\frac{dx}{dt}(0) = A_1 S_1 + A_2 S_2$$

Underdempet krets: $x(t) = (B_1 \cos \omega_d t + B_2 \sin \omega_d t) e^{-\alpha t}$

$$x(0) = B_1$$

$$\frac{dx}{dt}(0) = -\alpha B_1 + \omega_d B_2$$

Kritisk dempet krets: $x(t) = (D_1 t + D_2) e^{-\alpha t}$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \text{ (rad/s)}$$

$$x(0) = D_2$$

$$\frac{dx}{dt}(0) = D_1 - \alpha D_2$$

Formen til den naturlige responsen:

$$i_C = C * \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv(0)}{dt} = S1 * A1 + A2 * S2$$

$$\frac{dv(0^+)}{dt} = \frac{i_C(0^+)}{C}$$

$$i_C(0^+) = -I_0 - \frac{V_0}{R}$$

Sprangresponsen til en parallell RLC-krets:

$$v(t) = v(\infty) + \text{den naturlige responsen}$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + \text{den naturlige responsen}$$

Den naturlige- og sprangresponsen til en serie RLC-krets:

$$\text{Dempningskonstanten: } \alpha = \frac{R}{2 * L}$$

$$\text{Dempede frekvensen: } \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \text{rad/s}$$

$$\text{Resonansfrekvensen: } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L * C}}$$

Resonans med RLC-krets i serie og parallell.

$$X_C = X_L$$

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * f * C} \text{ (ohm)}$$

$$X_L = 2 * \pi * f * L \text{ (ohm)}$$

$$f_r = \frac{1}{2 * \pi * \sqrt{L * C}} \text{ Hz}$$

For serieresonans vil impedansen Z til seriekoblinga være minimal.

$$Z = R$$

For parallellresonans vil impedansen Z være veldig stor

$$Z = \frac{X_L * X_C}{X_L + X_C} = \frac{X_L^2}{R}$$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$v(t) = V_m * \cos(\omega t + \phi)$$

Effektivverdi:

$$u(\omega t) = R * i(t)$$

$$i(t) = \frac{u(\omega t)}{R} = \frac{\hat{u}}{R} \sin(\omega t)$$

$$p(\omega t) = u(\omega t) * i(\omega t)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^t p(\omega t) dt = \frac{1}{T} \int_0^t u(\omega t) * i(\omega t) dt$$

Trefase

Fasespenning:

$$U_{fase} = \frac{U_{linje}}{\sqrt{3}}$$

Linjespenning:

$$U_{linje} = U_{fase} * \sqrt{3}$$

Med visere:

$$Z_C = jX_C = -j \frac{1}{\omega c} = -j \frac{1}{2\pi f C}$$

$$Z_L = jX_L = j\omega L = j * 2 * \pi * f * L$$

$$Z_R = R + j * 0$$

Aktiv og reaktiv effekt:

Gjennomsnittlig effekt:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

Power faktor:

$$Pf = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$Qf = \sin(\theta_v - \theta_i)$$

$$S = 3 * U_{fase} * I^* \text{ (Der } I^* \text{ er komplekskonjugert)}$$

$$P = (Re)S = U * I * \cos \varphi$$

$$Q = (Im)S = U * I * \sin \varphi$$

Kun med visere det brukes komplekskonjugert.

Induktorkrets = forbruk av Q

Kapazitivkrets = produseres Q

φ = fasevinkel (Mellom U og I)

Aktiv og reaktiv effekt i et pr fase skjema:

$$P = \frac{U_{linje}}{\sqrt{3}} * I_A * \cos \varphi$$

$$Q = \frac{U_{linje}}{\sqrt{3}} * I_A * \sin \varphi$$

$$\text{Tilsynelatende effekt} = S = P + jQ$$

NB! φ = vinkel mellom fasespenning og linjestrøm

Maks effektoverføring : $Z_L = Z_{Th}^*$ (Der Z_{Th} er komplekskonjugert)

3-fase:

$$P_{3-fase} = 3 * P = 3 * (U_{fase} * I_A * \cos \varphi)$$

$$Q_{3-fase} = 3 * P = 3 * (U_{fase} * I_A * \sin \varphi)$$

$$\text{Tilsynelatende effekt} = S = 3 * (U_{fase} * I_{linje}(\text{komplekskonjugert})) = 3 * (P + jQ)$$

I et positivt system er :

$$V_a = V_m \angle 0^\circ$$

$$V_b = V_m \angle -120^\circ$$

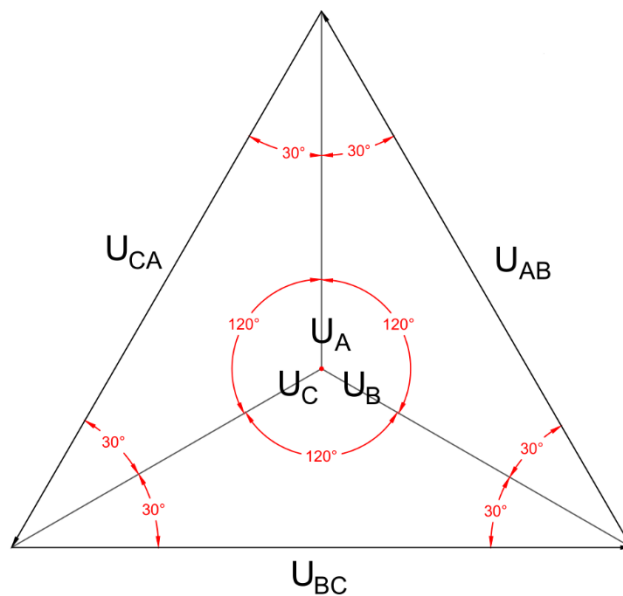
$$V_c = V_m \angle 120^\circ$$

I et negativt system er :

$$V_a = V_m \angle 0^\circ$$

$$V_b = V_m \angle 120^\circ$$

$$V_c = V_m \angle -120^\circ$$



U_a, U_b, U_c er fasespenninger.

U_{AB}, U_{CA}, U_{BC} er linje spenninger.

power factor (pf) = $\cos(\theta_v - \theta_i)$

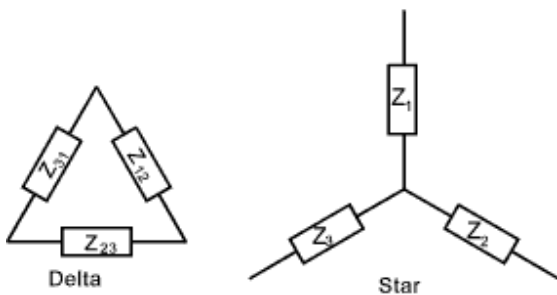
$$Qf = \sin(\theta_v - \theta_i)$$

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

$$Y \rightarrow V_{AB}(\text{Linje}) = \sqrt{3} * V_\phi \angle 30^\circ (\text{Fase})(V_{AN})$$

$$\Delta \rightarrow I_{ab}(\text{Linje}) = \sqrt{3} I_\phi \angle -30^\circ (\text{Fase})(I_{AB})$$

Delta – Stjerne transformasjon



Start to Delta conversion

$$Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_3}$$

$$Z_{23} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_1}$$

$$Z_{31} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2}$$

Delta to Star conversion

$$Z_1 = \frac{Z_{12} Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

$$Z_2 = \frac{Z_{12} Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

$$Z_3 = \frac{Z_{31} Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$$

Motstand av en tråd med lengde L og tverrsnitt A

$$R(\text{ohm}) = \rho (\text{ohm/m}) \frac{L(\text{m})}{A(\text{m}^2)}$$