Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode:	Emnenavn:
IRI3511	Grunnleggende matematikk og statistikk
Dato: 14.06.2016 **Sensurfrist:** 05.07.2016	**Eksamenstid:** 0900-1300
Antall oppgavesider: 3 **Antall vedleggsider:** 7	**Faglærer:** Mikjel Thorsrud, mobil 41518610. **Oppgaven er kontrollert:** Ja

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger og valgfri kalkulator.

Om eksamensoppgaven:

Oppgavesettet består av 19 deloppgaver som i utgangspunktet teller like mye. Vis alle utregninger. Besvarelsen vurderes ut fra kvaliteten på begrunnelsene.

Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig

Oppgave 1

a) Vi har det lineære likningssettet

$$x = 2y - 4$$
$$y = 2x - 4$$

1) Løs likningssettet grafisk
2) Løs likningssettet ved regning

b) Løs likningene ved regning

1) $2e^x - 4 = 0$
2) $\ln(x^2) + \ln(x) = 6$

c) Finn $f'(x)$ når $f(x) = \left(x - e^{2x}\right)^2$

d) Regn ut nullpunktene til funksjonen

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

Tegn en skisse av grafen til funksjonen.

e) Regn ut arealet avgrenset av x-aksen og grafen til funksjonen $f(x)$ i oppgaven over. Hint: sett opp et bestemt integral med integrasjonsgrenser bestemt av de to skjæringspunktene mellom grafen til $f(x)$ og x-aksen.

Oppgave 2 En nyoppstartet bedrift taper penger den første tiden før den begynner å gå med overskudd. Selskapets inntjening per uke er det første året gitt ved funksjonen

$$f(x) = \left(\frac{x}{12} - 3\right) e^{x/12}, \quad x \in [1, 52]$$

hvor $f(x)$ er inntjeningen i uke x i enheter av 10000 kroner.

a) Hvor mye penger taper bedriften uke 1? Hvor mye penger tjener bedriften uke 52?

b) Hvilken uke er den første bedriften går med overskudd?

c) Vis ved regning at

$$f'(x) = \frac{1}{12} e^{x/12} \left(\frac{x}{12} - 2\right)$$

d) Hvilken uke er inntjeningen på sitt laveste? Hvor mye taper de denne uka?

Oppgave 3 Vi kaster 6 terninger (kun ett kast) og definerer hendelsene:
F : "Full-straight", det finnes terninger med både 1,2,3,4,5 og 6 øyne, dvs. alle terningene er forskjellige.
L : "Liten-straight", det finnes terninger med både 1,2,3,4 og 5 øyne, men ikke nødvendigvis noen med 6 øyne.
S : "Stor-straight", det finnes terninger med både 2,3,4,5 og 6 øyne, men ikke nødvendigvis noen med 1 øyne.

a) Regn ut sannsynligheten for å få full-straight og vis at $P(F) = \frac{5}{324}$.

b) Forklar at $F = L \cap S$. Tegn et Venndiagram og marker hendelsene F, L og S.

c) Sannsynligheten for å få stor-straight dersom man *ikke* får full-straight er $\frac{25}{638}$. Bruk dette og formelen for total sannsynlighet

$$P(S) = P(F) \cdot P(S|F) + P(\overline{F}) \cdot P(S|\overline{F})$$

til å regne ut sannsynligheten for å få stor straight.

d) Begrunn kort at $P(L) = P(S)$. Regn ut $P(L \cup S)$. Hva er sannsynligheten for ikke å få noen som helst form for straight?

Oppgave 4 En pose M inneholder mørke sjokoladekuler. Antall kuler i en pose varierer noe, men ingen poser har færre enn 98 kuler eller flere enn 102 kuler. Vi innfører en diskret stokastisk variabel

$$X = \text{antall kuler i en pose M}$$

som har følgende sannsynlighetsfordeling:

Antall kuler x	98	99	100	101	102
$P(X = x)$	0.10	0.30	0.35	?	0.10

a) Fullfør tabellen over ved å regne ut sannsynligheten for at det er 101 kuler i en pose. Vis at $E(X) = 99.85$ og at $\text{Var}(X) = 1.23$.
Tips: bruk 2 desimalers nøyaktighet i alle mellomregninger.

b) Et parti på 100 poser M ankommer en butikk. Regn ut en tilnærmet verdi for sannsynligheten for at summen av antall kuler er større enn 10 000.

Oppgave 5 La X være binomisk fordelt variabel med $n = 70$ og $p = 0.4$.

a) Regn ut $P(X = 30)$.

b) Begrunn hvorfor X er tilnærmet $N\left(28, \sqrt{16.8}\right)$-fordelt.

Oppgave 6 Ifølge Forskrift om vannforsyning og drikkevann skal PH verdien i drikkevann ligge i intervallet 6.5 - 9.0. Vann med lav PH-verdi kan virke tærende på rørsystemer og armaturer og kan derfor forårsake at helseskadelige stoffer som tungmetaller løses i vannet. Du lurer på om PH verdien i drikkevannet ditt er for lavt og for å undersøke saken tar du 9 målinger med et billig PH-meter og får verdiene:

$$6.41 \quad 6.40 \quad 6.41 \quad 6.55 \quad 6.33 \quad 6.41 \quad 6.35 \quad 6.57 \quad 6.32$$

Variasjonen skyldes unøyaktighet i PH-meteret. Fabrikanten angir presisjonen til instrumentet ved å opplyse at standardavviket er $\sigma = 0.100$. Vi antar at målingene er normalfordelte og innfører den ukjente parameteren μ som beskriver forventningsverdien for vannets PH verdi.

a) Regn ut et estimat for μ basert på målingene. Regn også ut et 90% konfidensintervall.

Du formulerer følgende hypoteser:

H_0: $\mu \geq 6.5$

H_1: $\mu < 6.5$

b) Gjennomfør en hypotesetest med signifikansnivå $\alpha = 0.10$ ved hjelp av målingene dine og hypotesene over. Har du grunn til å tro at PH verdien er for lav på 10% nivå? Begrunnelsen for svaret skal være knyttet til konklusjonen av hypotesetesten.

SLUTT

Formelark i matematikk

1.kvadratsetning $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2.kvadratsetning $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3.kvadratsetning $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Potensregler : 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 3) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ 4) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Rett linje : $y = ax + b$, $y - y_1 = a(x - x_1)$, hvor stigningstall : $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Tangentlikning: $y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)$

Andregradslikning : $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Faktorisering av 2.gradsuttrykk : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Logaritmeregler : 1) $\ln a^n = n \ln a$ 2) $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$ 3) $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$

Naturlig logaritme $y = e^x \Leftrightarrow \ln y = x \Leftrightarrow y = e^{\ln x}$

Derivasjonsformler :	**Derivasjonsregler:**
$k' = 0$, $k = \text{konstant}$	$(f \pm g)' = f' \pm g'$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
$(e^x)' = e^x$	$(k \cdot f)' = k \cdot f'$, $k = \text{konstant}$
$(e^{kx})' = k \cdot e^{kx}$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$	

Kjerneregel:

La $f(x) = F(g(x)) = F(u)$, hvor $u = g(x)$ er indre funksjon og F er ytre funksjon

Da er $f'(x) = F'(u) \cdot u'$

Integrasjonsformler:

1) $\int k\,dx = kx + C$, 2) $\int x^n dx = \dfrac{1}{n+1} x^{n+1} + C$, for $n \neq -1$

3) $\int e^{kx} dx = \dfrac{1}{k} e^{kx} + C$ 4) $\int \dfrac{1}{x} dx = \ln x + C$, $x > 0$

Bestemt integral: $\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$, hvor $F'(x) = f(x)$

Sammendrag sannsynlighetsregning

Uniform sannsynlighetsmodell

$$P(A) = \frac{\text{antall gunstige utfall for A}}{\text{antall mulige utfall}}$$

Komplementære hendelser

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Addisjonssetningen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B$$

Når A og B er disjunkte hendelser er $P(A \cap B) = 0$

Da er $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Betinget sannsynlighet

$P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$, $P(A|B)$ er sannsynligheten for A når vi vet at B har inntruffet.

Uavhengige hendelser og avhengige hendelser

Hvis $P(A|B) = P(A)$, er A og B uavhengige hendelser.

Hvis $P(A|B) \neq P(A)$, så er A og B avhengige hendelser.

Produktsetningen

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$ når A og B er avhengige.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige.

Total sannsynlighet

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\overline{A}) \cdot P(B|\overline{A})$$

Bayes' setning

$P(A|B) = \dfrac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$, der vi finner P(B) ved total sannsynlighet.

Formelark i statistikk

Forventning

Definisjon: $\mu = E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$,

Varians

Definisjon: $Var(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$

Standardavvik: $\sigma = \sqrt{Var(X)}$

Setninger om forventning og varians

$Var(X) = E(X^2) - \mu^2$, hvor $\mu = E(X)$

La X og Y være to stokastiske variabler. Da er:
1. $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
2. $Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$
Vi forutsetter i 2) at X og Y er uavhengige.

$E(k) = k$, k = konstant	$Var(k) = 0$, k = konstant
$E(k+X)=k+E(X)$	$Var(k+X)=Var(X)$
$E(kX)=kE(X)$	$Var(kX) = k^2\ Var(X)$

Binomisk fordeling

En stokastisk variabel X er binomisk fordelt dersom punktsannsynligheten kan beskrives ved

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \text{ for } x = 0,1,2,...,n$$

hvor n er antall forsøk som utføres og p er sannsynligheten for suksess i et forsøk.
Forventning og varians til en binomisk fordelt stokastisk variabel er:

$$E(X) = n \cdot p \qquad Var(X) = n \cdot p(1-p)$$

Standard normalfordeling

Den standardiserte normalfordelingen har $\mu = 0$ og $\sigma = 1$.

Vi regner om x i en generell normalfordeling til verdien z i den standardiserte normalfordelingen ved

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Noen setninger om normalfordelingen

1) Dersom $X \sim N(\mu,\sigma)$, så er $Y = aX+b$ normalfordelt med $E(Y) = a\mu + b$ og $VAR(Y) = a^2\sigma^2$.

2) Anta $X \sim N(\mu_1,\sigma_1)$ og $Y \sim N(\mu_2,\sigma_2)$.
Da er $S = X + Y$ normalfordelt med $E(S) = \mu_1 + \mu_2$ og $Var(S) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$.

3) La $X_1, X_2, \dots, X_n$ være uavhengige og normalfordelte variable, og la $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ være vilkårlige konstanter. Da er summen $S = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n$ normalfordelt med $E(S) = a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + \dots + a_n\mu_n$ og $VAR(S) = a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2 + \dots + a_n^2\sigma_n^2$

4) La $X_1, X_2, \dots, X_n$ være uavhengige og normalfordelte variable som alle har samme forventning μ og varians σ^2.

Da er gjennomsnittet $\overline{X} = \dfrac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ normalfordelt med forventning μ og varians $\dfrac{\sigma^2}{n}$.

Vi skriver $\overline{X} \sim N(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

Sentralgrenseteoremet

La X være en stokastisk variabel med forventningsverdi μ og standardavvik σ.

La $\overline{X}$ være gjennomsnittet til X i et utvalg på n elementer.

Da har $\overline{X}$ forventningsverdien μ og standardavviket $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Dersom n er tilstrekkelig stor, vil en i tillegg ha at $\overline{X}$ er **normalfordelt.**

Vi skriver $\overline{X} \sim N(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Binomisk fordeling og normalfordeling

Normalfordelingen kan noen ganger erstatte den binomiske fordelingen. Hvis X er binomisk fordelt, er erstatningen brukbar når $n \cdot p(1-p) > 5$.

Konfidensintervall for μ: $\left[\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \;,\; \overline{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

Konfidensintervall for p: $\left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \;,\; \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$

Testobservator Z_{obs}

Hypotesetesting av μ: $Z_{obs} = \dfrac{|\overline{X} - \mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Hypotesetesting av p: $Z_{obs} = \dfrac{|\hat{p} - p_0|}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

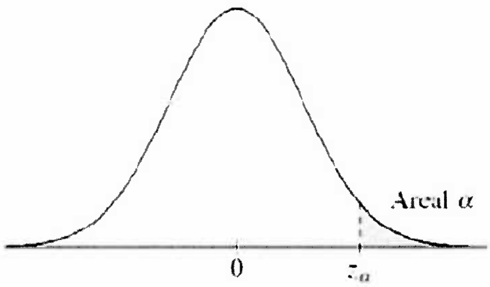
Standardnormalfordelingens kvantiltabell

Definisjon kvantil :

Fra tabellen under ser vi areal $\alpha = 0.025$
svarer til $z_\alpha = 1.960$.

Det betyr at arealet til høyre for z_α er lik 0.025

α	z_α
0.100	1.282
0.050	1.645
0.025	1.960
0.010	2.326
0.005	2.576
0.001	3.090



Kumulativ binomisk sannsynlighet

Tabellen viser $P(X \le k)$ for forskjellige valg av k og parameterene n og p.

		Sannsynlighet p												
	k	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99
n=2	0	,980	,903	,810	,640	,490	,360	,250	,160	,090	,040	,010	,003	,000
	1	1,000	,998	,990	,960	,910	,840	,750	,640	,510	,360	,190	,098	,020
n=3	0	,970	,857	,729	,512	,343	,216	,125	,064	,027	,008	,001	,000	,000
	1	1,000	,993	,972	,896	,784	,648	,500	,352	,216	,104	,028	,007	,000
	2	1,000	1,000	,999	,992	,973	,936	,875	,784	,657	,488	,271	,143	,030
n=4	0	,961	,815	,656	,410	,240	,130	,063	,026	,008	,002	,000	,000	,000
	1	,999	,986	,948	,819	,652	,475	,313	,179	,084	,027	,004	,000	,000
	2	1,000	1,000	,996	,973	,916	,821	,688	,525	,348	,181	,052	,014	,001
	3	1,000	1,000	1,000	,998	,992	,974	,938	,870	,760	,590	,344	,185	,039
n=5	0	,951	,774	,590	,328	,168	,078	,031	,010	,002	,000	,000	,000	,000
	1	,999	,977	,919	,737	,528	,337	,188	,087	,031	,007	,000	,000	,000
	2	1,000	,999	,991	,942	,837	,683	,500	,317	,163	,058	,009	,001	,000
	3	1,000	1,000	1,000	,993	,969	,913	,813	,663	,472	,263	,081	,023	,001
	4	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,990	,969	,922	,832	,672	,410	,226	,049
n=6	0	,941	,735	,531	,262	,118	,047	,016	,004	,001	,000	,000	,000	,000
	1	,999	,967	,886	,655	,420	,233	,109	,041	,011	,002	,000	,000	,000
	2	1,000	,998	,984	,901	,744	,544	,344	,179	,070	,017	,001	,000	,000
	3	1,000	1,000	,999	,983	,930	,821	,656	,456	,256	,099	,016	,002	,000
	4	1,000	1,000	1,000	,998	,989	,959	,891	,767	,580	,345	,114	,033	,001
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,984	,953	,882	,738	,469	,265	,059
n=7	0	,932	,698	,478	,210	,082	,028	,008	,002	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,998	,956	,850	,577	,329	,159	,063	,019	,004	,000	,000	,000	,000
	2	1,000	,996	,974	,852	,647	,420	,227	,096	,029	,005	,000	,000	,000
	3	1,000	1,000	,997	,967	,874	,710	,500	,290	,126	,033	,003	,000	,000
	4	1,000	1,000	1,000	,995	,971	,904	,773	,580	,353	,148	,026	,004	,000
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,981	,938	,841	,671	,423	,150	,044	,002
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,992	,972	,918	,790	,522	,302	,068
n=8	0	,923	,663	,430	,168	,058	,017	,004	,001	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,997	,943	,813	,503	,255	,106	,035	,009	,001	,000	,000	,000	,000
	2	1,000	,994	,962	,797	,552	,315	,145	,050	,011	,001	,000	,000	,000
	3	1,000	1,000	,995	,944	,806	,594	,363	,174	,058	,010	,000	,000	,000
	4	1,000	1,000	1,000	,990	,942	,826	,637	,406	,194	,056	,005	,000	,000
	5	1,000	1,000	1,000	,999	,989	,950	,855	,685	,448	,203	,038	,006	,000
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,991	,965	,894	,745	,497	,187	,057	,003
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,983	,942	,832	,570	,337	,077
n=9	0	,914	,630	,387	,134	,040	,010	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,997	,929	,775	,436	,196	,071	,020	,004	,000	,000	,000	,000	,000
	2	1,000	,992	,947	,738	,463	,232	,090	,025	,004	,000	,000	,000	,000
	3	1,000	,999	,992	,914	,730	,483	,254	,099	,025	,003	,000	,000	,000
	4	1,000	1,000	,999	,980	,901	,733	,500	,267	,099	,020	,001	,000	,000
	5	1,000	1,000	1,000	,997	,975	,901	,746	,517	,270	,086	,008	,001	,000
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,975	,910	,768	,537	,262	,053	,008	,000
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,980	,929	,804	,564	,225	,071	,003
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,990	,960	,866	,613	,370	,086
n=10	0	,904	,599	,349	,107	,028	,006	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,996	,914	,736	,376	,149	,046	,011	,002	,000	,000	,000	,000	,000
	2	1,000	,988	,930	,678	,383	,167	,055	,012	,002	,000	,000	,000	,000
	3	1,000	,999	,987	,879	,650	,382	,172	,055	,011	,001	,000	,000	,000
	4	1,000	1,000	,998	,967	,850	,633	,377	,166	,047	,006	,000	,000	,000
	5	1,000	1,000	1,000	,994	,953	,834	,623	,367	,150	,033	,002	,000	,000
	6	1,000	1,000	1,000	,999	,989	,945	,828	,618	,350	,121	,013	,001	,000
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,988	,945	,833	,617	,322	,070	,012	,000
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,989	,954	,851	,624	,264	,086	,004
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,994	,972	,893	,651	,401	,096

Kumulativ standardnormalfordeling

Tabellen viser Gaussfunksjonen G(z) for utvalgte valg av z

$G(z) = P(Z \leq z)$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	,0013	,0013	,0013	,0012	,0012	,0011	,0011	,0011	,0010	,0010
-2,90	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,80	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,70	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,60	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,50	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,40	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,30	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,20	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,10	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,00	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,90	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-1,80	,0359	,0351	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,70	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,60	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,50	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,40	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,30	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,20	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,10	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,00	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,90	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,80	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,70	,2420	,2389	,2358	,2327	,2296	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,60	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,50	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,40	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,30	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,20	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,10	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,00	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
0,00	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,10	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,20	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,30	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,40	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,50	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,60	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,70	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,80	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,90	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,00	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,10	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,20	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,30	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,40	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,50	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,60	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,70	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,80	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,90	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,00	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,10	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,20	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,30	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,40	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,50	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,60	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,70	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,80	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,90	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,00	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990