Avdeling for ingeniørfag

Høgskolen i Østfold

Utsatt og ny deleksamen i fysikk

Emne: IRK12013 Fysikk m/materiallære

Kl. 0900:1200

4. januar 2016

Antall oppgavesider **2**

Antall sider med formler **7**

Tillatte hjelpemidler:
Godkjent kalkulator og enhver matematisk formelsamling.

Alle deloppgaver tillegges lik vekt.
Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig.
Alle oppgaver skal i helhet besvares på egne ark.

Sensurfrist: 25.januar 2016

Faglærer	Telefon
Per Erik Skogh Nilsen	

Fysikk

Oppgave 1

Vi regner ubenevnt i hele oppgaven - alle avstander er i meter og tider i sekunder.
En partikkel starter i ro i origo og beveger seg fra starten mot høyre på x−aksen.
Akselerasjonen er gitt ved $a(t) = 10 - 2t$.

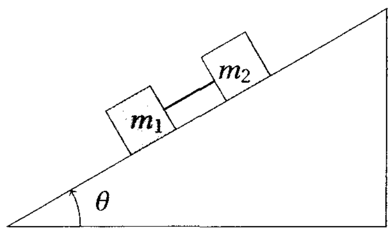
(a) Bestem hastigheten etter ett sekund.

(b) Ved hvilket tidspunkt vil partikkelen snu og vende tilbake?

(c) Hvilken banelengde har partikkelen tilbakelagt etter 20,0 s og hvor er den da?

Oppgave 2

To klosser som er forbundet med en snor, sklir nedover et skråplan med helningsvinkel θ, se figuren.



Begge klossene har samme masse m ($m_1 = m_2 = m$), men har ulike friksjonstall med skråplanet.
Den øverste har μ_2 og den nederste har μ_1.
Klossene glir nedover med stram snor. Snora har svært liten masse.

(a) Hva kan da være tilfelle: **(i)** $\mu_1 > \mu_2$ eller **(ii)** $\mu_1 < \mu_2$. Forklar.

(b) Tegn kreftene på klossene og snora når klossene akselererer nedover.
Oppgi hva hver kraft virker fra og hva den virker på.
Tegn også inn motkraften til hver kraft på egen figur.

(c) Vis at akselerasjonen og snordraget i (b) blir
$a = (\sin\theta - \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)\cos\theta) \cdot g$ og $S = \frac{1}{2}(\mu_2 - \mu_1)mg\cos\theta$.

(d) Friksjonstallene er så 0,35 og 0,15 og klossene glir med konstant fart.
Bestem helningsvinkelen til skråplanet.

Oppgave 3

En homogen blykule har tetthet $0,01134\ \mathrm{g/cm^3}$ og radius $2,7$ cm.
Den er festet på midten av en rett og homogen stang med masse $2,0$ kg og lengde $0,80$ m.
Kula anses som et massepunkt ift. stanga. Stanga er festet til en rotasjonsakse i ene enden og henger først i ro helt rett ned.

(a) Hva er massen til kula i kg?

(b) Hva er avstanden fra rotasjonsaksen til tyngdepunktet for systemet stang + blykule?

Systemet blir så satt i små svingninger ved at stanga dras ut til $5,0°$ og slippes.

(c) Bestem perioden i disse svingningene til nærmeste hundredel.
Begrunn med regning hvorfor det er greit å regne kula som et massepunkt.

Formelsamling i fysikk

Bevegelse

Rettlinjet bevegelse ved konstant akselerasjon

$$v = v_0 + at \tag{1}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{2}$$

$$s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \tag{3}$$

$$2as = v^2 - v_0^2 \tag{4}$$

Rettlinjet bevegelse generelt

$$v(t) = x'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}x = \dot{x} \tag{5}$$

$$a(t) = v'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}v = \dot{v} \tag{6}$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt \tag{7}$$

$$v(t) - v(t_0) = \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt \tag{8}$$

Rotasjonsbevegelse ved konstant vinkelakselerasjon

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \tag{9}$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{10}$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t \tag{11}$$

$$2\alpha\theta = \omega^2 - \omega_0^2 \tag{12}$$

Rotasjonsbevegelse generelt

$$\omega(t) = \theta'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\theta = \dot{\theta} \tag{13}$$

$$\alpha(t) = \omega'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\omega = \dot{\omega} \tag{14}$$

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^{t} \omega(t)\,dt \tag{15}$$

$$\omega(t) - \omega(t_0) = \int_{t_0}^{t} \alpha(t)\,dt \tag{16}$$

Sammensatt bevegelse

$$v_{\text{tan}} = \omega \cdot R \tag{17}$$
$$a_{\text{tan}} = \alpha \cdot R \tag{18}$$
$$a_{\text{rad}} = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = a_s \tag{19}$$
$$a_{\text{tot}} = \sqrt{a_{\text{tan}}^2 + a_{\text{rad}}^2} \tag{20}$$
$$v_{\text{cm}} = \omega \cdot R \tag{21}$$
$$a_{\text{cm}} = \alpha \cdot R \tag{22}$$

Noen generelle formler for vektorer
Gitt vektoren $\vec{A}$,horisontal akse x, vertikal akse y og θ som vinkelen mellom vektoren og x-aksen.

$$A_x = A \cdot \cos\theta \tag{23}$$
$$A_y = A \cdot \sin\theta \tag{24}$$
$$A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \tag{25}$$
$$\theta = \tan^{-1}(\frac{A_y}{A_x}) \tag{26}$$

Prosjektilbevegelse
Uten luftmotstand med oppover som positiv vertikal retning.

$$x = x_0 + v_0 \cos\theta_0 \cdot t \tag{27}$$
$$v_x = v_0 \cos\theta_0 \tag{28}$$
$$y = y_0 + v_0 \sin\theta_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \tag{29}$$
$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - g t \tag{30}$$

Uten luftmotstand og med samme start- og slutthøyde.

$$\text{Tid for å nå samme høyde på ny} = \frac{2 v_0 \sin\theta_0}{g} \tag{31}$$
$$\text{Rekkevidde} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\theta_0) \tag{32}$$
$$\text{Tid for å nå toppen} = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g} \tag{33}$$
$$\text{Maksimal høyde} = \frac{v_0^2 \sin^2(\theta_0)}{2g} \tag{34}$$

Avdeling for ingeniørfag

Høgskolen i Østfold

Dynamikk

Newtons lover

Newtons 1.lov (N1) $v = \text{konstant} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$ (35)

Newtons 2.lov (N2) $\vec{a} = \dfrac{\sum \vec{F}}{m}$ alternativt $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (36)

Newtons 3.lov (N3) $\vec{F}_{\text{AB}} = -\vec{F}_{\text{BA}}$ (37)

Modellering av friksjon

μ er ulike friksjonstall, f_R er ulike typer friksjon, N er normalkraft og F er summen av de kreftene som prøver å flytte legemet.

$$\text{Glidefriksjon } f_{Rk} = \mu_k \cdot N \tag{38}$$

$$\text{Statisk friksjon } f_{Rs} = F \tag{39}$$

$$\text{Maksimal statisk friksjon } f_{Rs,\text{maks}} = \mu_s \cdot N \tag{40}$$

Modellering av luftmotstand

Ulike modeller av luftmotstand for en gjenstand som faller nedover.

$$\text{Laminær luftmotstand}: \sum F = mg - kv\,, \quad \text{terminalfart} = \frac{\text{mg}}{k} \qquad [k] = \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \tag{41}$$

$$\text{Turbulent luftmotstand}: \sum F = mg - Dv^2\,, \quad \text{terminalfart} = \sqrt{\frac{\text{mg}}{D}} \qquad [D] = \frac{\text{Ns}^2}{\text{m}^2} \tag{42}$$

Tyngdepunkt

$$x_{\text{cm}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} \tag{43}$$

$$y_{\text{cm}} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} \tag{44}$$

$$z_{\text{cm}} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} \tag{45}$$

Treghetsmoment

For en samling punktmasser $$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (46)$$

For en kontnuerlig fordelt masse $$I = \int r^2 \, dm \quad (47)$$

Steiners setning $$I_A = I_{\text{cm}} + md^2 \quad (48)$$

$$[I] = kg \cdot m^2$$

Homogen stang, normal akse i midten $$I = \frac{1}{12} ML^2 \quad (49)$$

Homogen stang, normal akse i enden $$I = \frac{1}{3} ML^2 \quad (50)$$

Homogen sylinder, normal akse gjennom sentrum $$I = \frac{1}{2} MR^2 \quad (51)$$

Homogen kule, akse gjennom sentrum $$I = \frac{2}{5} MR^2 \quad (52)$$

Homogent kuleskall og homogent sylinderskall, akse gjennom sentrum $$I = MR^2 \quad (53)$$

Punktmasse $$I = mR^2 \quad (54)$$

Kraftmoment

Kraftmoment som vektor $$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (55)$$

Størrelse av kraftmoment $$\tau = rF \sin\theta = \text{kraft} \cdot \text{arm} \quad (56)$$

$$[\tau] = \text{Nm}$$

Kraftmomentsetningen for plan bevegelse

Som vektor $$\sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha} \quad (57)$$

Som størrlse $$\sum \tau = I\alpha \quad (58)$$

Bevaringslover

Størrelser

Kinetisk energi for translasjon	$K_{\text{tra}} = \frac{1}{2}mv^2$	(59)
Kinetisk energi for rotasjon	$K_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$	(60)
Total mekanisk kinetisk energi	$K = K_{\text{tra}} + K_{\text{rot}}$	(61)
Arbeid ved konstant kraft og rettlinjet bevegelse	$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = Fs\cos\theta$	(62)
Arbeid ved variabel kraft	$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{s}$	(63)
Potensiell energi i tyngdefelt	$U_G = mgh$	(64)
Potensiell energi i fjær	$U_F = \frac{1}{2}kx^2$	(65)
Total mekanisk energi	$E_{tot} = U + K$	(66)
Bevegelsesmengde	$\vec{p} = m\vec{v}$	(67)
Impuls	$\vec{F}\cdot\Delta t$	(68)
Spinn(angulærmoment (generelt for punktmasse))	$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$	(69)
Spinn(angulærmoment (størrelse for punktmasse))	$L = rmv\cdot\sin\theta$	(70)
Spinn(angulærmoment (størrelse for plan bevegelse av legeme))	$L = I\omega$	(71)

Bevaringslover og andre dynamiske sammenhenger

Arbeid-kinetisk energisetningen	$W = \Delta K$	(72)
Bevaring av mekanisk energi	$E_{\text{tot}}(\text{før}) = E_{\text{tot}}(\text{etter}) \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}E_{\text{tot}} = 0$	(73)
Bevaring av energi	$E_{\text{tot}}(\text{før}) + W_{\text{andre}} = E_{\text{tot}}(\text{etter})$	(74)
Bevaring av bevegelsesmengde	$\vec{p}_{\text{før}} = \vec{p}_{\text{etter}}$	(75)
Impulsloven	$\vec{F}\cdot\Delta t = \Delta\vec{p}$	(76)
Spinnsetning	$\sum\vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\vec{L}$	(77)

Diverse

Svingninger - SHM

Generell homogen svingelikning med løsning med x :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad x = A\cos(\omega t + \phi) \tag{78}$$

Generell homogen svingelikning med løsning med θ :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0 \qquad \theta = \theta_0 \cos(\omega t + \phi) \tag{79}$$

Parametere i løsning:

$$\text{Vinkelfrekvens:} \quad \omega \quad [\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}} \tag{80}$$

$$\text{Amplitude:} \quad A = \sqrt{x(0)^2 + (\frac{v(0)}{\omega})^2} \tag{81}$$

$$\text{Fasekonstant:} \quad \phi = \tan^{-1}(\frac{-v(0)}{\omega x(0)}) \text{ når } x(0) \neq 0 \text{ og } \phi = \pm\frac{\pi}{2} \text{ når } x(0) = 0 \tag{82}$$

Andre relevante parametere

$$\text{frekvens:} f = \frac{\omega}{2\pi} \quad [f] = \text{Hz}] \tag{83}$$

$$\text{periode:} T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \tag{84}$$

Eksempler på svingelikninger og perioder

$$\text{Kloss-fjær:} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}\cdot x = 0 \qquad \text{Periode} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{85}$$

$$\text{Matematisk pendel:} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \qquad \text{Periode} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{86}$$

$$\text{Fysisk pendel:} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\theta = 0 \qquad \text{Periode} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \tag{87}$$

k = fjærkonstant, m = masse, g = tyngdeakselerasjonen, l = lengde snor,
I = samlet treghetsmoment, d = avstand tyngdepunkt-akse

Gasser og termofysikk

Tilstandslikning for idealgass	$pV = NkT$ og $pV = nRT$	(88)
	p er trykk i Pascal	
	V er volum i m^3	
	T er temperatur i Kelvin(0°C = 273 K)	
	n er stoffmengde i mol	
	N er antall	
Avogadros tall	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$	(89)
	$N = n \cdot N_A$	(90)
Den molare gasskonstanten	$R = 8,31 \dfrac{J}{\text{mol} \cdot K}$	(91)
Definisjon varmekapasitet	$Q = C \cdot \Delta T$	(92)
Varmekapasitet for en toatomær gass ved konstant trykk	$C_p = \dfrac{7}{2} R$	(93)
Varmekapasitet for en toatomær gass ved konstant volum	$C_V = \dfrac{5}{2} R$	(94)
Generelt	$C_p = C_V + R$	(95)
Boltzmanns konstant	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \dfrac{\text{J}}{\text{K}}$	(96)
Standard lufttrykk (1 atm.)	101,3 kPa	(97)
Arbeid på systemet ved konstant trykk	$W = -p\Delta V$	(98)
Termodynamikkens første lov	$\Delta U = Q + W$	(99)

Moderne fysikk

Tidsdilatasjon $t = \gamma \cdot t_0$	$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	(100)
Heisenbergs usikkerhetsrelasjon(1)	$\Delta x \cdot \Delta p \geq \dfrac{\hbar}{2}$	(101)
Heisenbergs usikkerhetsrelasjon(2)	$\Delta t \cdot \Delta E \geq \dfrac{\hbar}{2}$	(102)
$c = 3,00 \cdot 10^8 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$	$\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{Js}$	(103)