Høgskolen i Østfold
Avdeling for ingeniørfag

EKSAMEN **Faglærer:**

Mikjel Thorsrud,

IRI13511 **Grunnleggende matematikk og statistikk**	**Dato: 30.03.2016** **Sensurfrist: 20.04.2016**	**Tid: 0900-1300**
Antall oppgavesider: 4	**Vedlegg: Formelark i matematikk og statistikk, 7 sider**	
Hjelpemidler: **Godkjente formelsamlinger** **Valgfri kalkulator** KANDIDATEN MÅ SELV KONTROLLERE AT OPPGAVESETTET ER FULLSTENDIG		

Oppgavesettet inneholder 19 deloppgaver som i utgangspunktet teller like mye. Vis alle utregninger. Besvarelsen vurderes ut fra kvaliteten på begrunnelsene.

Oppgave 1

a) Vi har det lineære likningssettet

$$x + y = 1$$
$$x - y = 3$$

1) Løs likningssettet grafisk
2) Løs likningssettet ved regning

b) Løs likningene ved regning

1) $3e^x - 1 = 0$
2) $5^{2x} + 3 = 6$

c) Finn $f'(x)$ når $f(x) = \left(x^2 - \ln x\right)^3$

d) Regn ut det bestemte integralet

$$\int_1^3 \left(2x - \frac{7}{2}\right) dx$$

e) En kontinuerlig stokastisk variabel X tilfredsstiller $P(X < 1) = 0$ og $P(X > 3) = 0$. Er funksjonen

$$f(x) = 2x - \frac{7}{2}$$

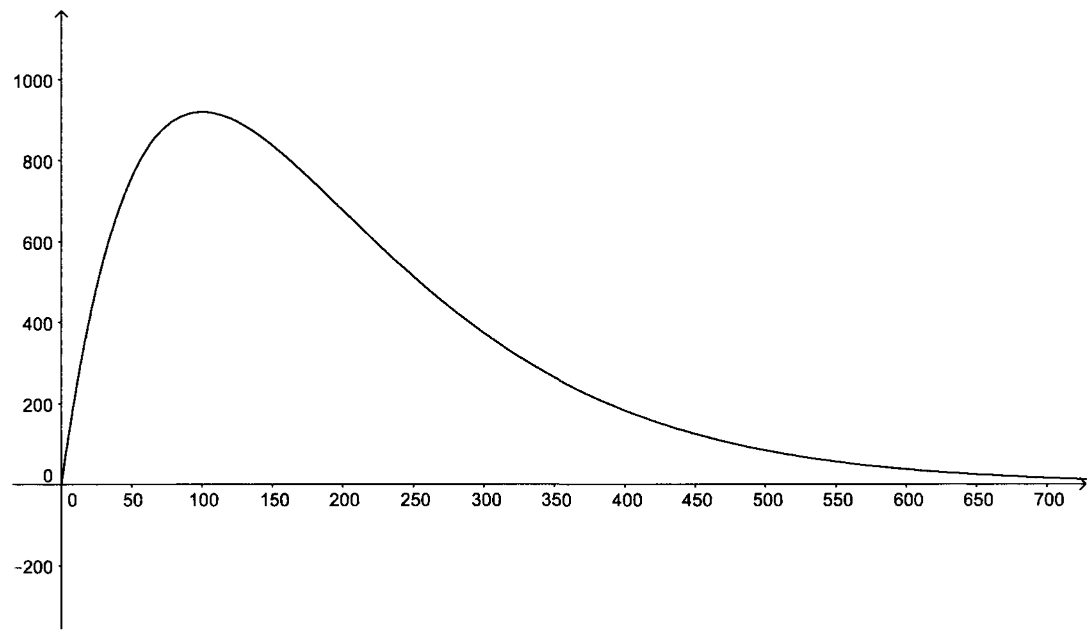
en mulig sannsynlighetstetthet for X i intervallet $[1, 3]$? Begrunn svaret.

Oppgave 2 Det kreative paret Ruth og Rune starter produksjon av sukkertøy som de skal selge via bloggen sin. De starter med friskt mot, og antall produserte sukkertøy per dag øker raskt i starten. Etter en stund blir Ruth og Rune lei, og produksjonen avtar. Antall sukkertøy de lager på produsjonsdag nummer x kan beskrives av funksjonen

$$f(x) = 25xe^{-0.01x} \qquad \text{der } x \geq 0$$

a) Hvor mange sukkertøy produserer Ruth og Rune på produksjonsdag nummer 26? Rund av til nærmeste hele antall.

Grafen til f ser slik ut:



b) I en begrenset periode klarer Ruth og Rune å produsere minst 700 sukkertøy hver dag. Bruk grafen til f til å finne ut omtrent hvor mange dager denne perioden varer.

c) Vis ved utregning at $f'(x) = 25e^{-0.01x}(1 - 0.01x)$.

d) Hvilken dag produserer Ruth og Rune flest sukkertøy? Hvor mange sukkertøy produserer de denne dagen?

Oppgave 3 I en studentklasse er det 19 jenter og 25 gutter. Det er 27 studenter som har bedriftsøkonomi som valgfag. Av de 27 studentene som har bedriftsøkonomi som valgfag, er det 14 jenter.

a) Tegn et Venndiagram som illustrerer klassens sammensetning i jenter/gutter og valg av bedriftsøkonomi. Angi antall studenter i de forskjellige regionene.

Vi trekker ut en tilfeldig valgt student i klassen og definerer hendelsene
J: Studenten er jente
G: Studenten er gutt
B: Studenten har bedriftsøkonomi som valgfag

b) Bestem $P(J \cap B)$ og $P(J \cup B)$.

c) Vi trekker en tilfeldig person og det viser seg at denne personen *ikke* har valgt bedriftsøkonomi. Hva er sannsynligheten for at vi har trekt en gutt?

Oppgave 4 I spillet *Odul* brukes en terning med 12 sider. Fire av de 12 sidene har to øyne mens åtte av de 12 sidene har fem øyne.

$$X = \text{antall øyne som vises når vi kaster en } \textit{Odul}\text{-terning én gang}$$

Da gjelder følgende sannsynlighetsfordeling for X:

Antall øyne x	2	5
$P(X = x)$	$\frac{4}{12}$	$\frac{8}{12}$

a) Vis at $E(X) = 4$ og at $\text{Var}(X) = 2$.

b) Vi kaster *Odul* terningen 100 ganger. Regn ut en tilnærmet verdi for sannsynligheten for at at summen av antall øyne på de 100 kastene er mindre enn 370.

Oppgave 5 I Lotto gjelder det å plukke ut 7 vinnertall fra 34 mulige. Et slikt valg av 7 tall kalles en *rekke*. Vi sier at en rekke gir *sju rette* dersom den inneholder 7 vinnertall.

a) Vis at sannsynligheten for at en rekke gir sju rette er $p = 1.86 \cdot 10^{-7}$.

b) Et år ble det spilt totalt $7.4 \cdot 10^8$ Lotto-rekker i Norge. La X være antall sju rette dette året. Anta at rekkene er valgt uavhengig av hverandre slik at X er binomisk fordelt. Begrunn at X er tilnærmet $N(137.6,\ 11.7)$ fordelt.

c) Finn en tilnærmet verdi for $P(120 \leq X \leq 150)$.

Oppgave 6 Kråkerøy hyssingfabrikk produserer ruller merket "10 meter hyssing". En tilfeldig valgt hyssingrull fra Kråkerøy hyssingfabrikk inneholder imidlertid ikke nøyaktig 10 meter hyssing. Sannheten er at antall meter hyssing på en hyssingrull er normalfordelt med standardavvik $\sigma = 0.05$ meter. Du er sommervikar i Forbrukerrådet og ønsker å undersøke om Kråkerøy hyssingfabrikk systematisk trer mindre hyssing på rullene sine enn de oppgir. Du undersøker 6 tilfeldig valgte hyssingruller. Antall meter hyssing på rullene er henholdsvis

$$10.06 \quad 9.78 \quad 9.90 \quad 10.12 \quad 10.16 \quad 9.83$$

Den ukjente parameteren μ beskriver forventningsverdien for antall meter hyssing per rull.

a) Regn ut et 95% konfidensintervall for μ.

Du formulerer følgende hypoteser:

H_0: $\mu \geq 10$

H_1: $\mu < 10$

b) Gjennomfør en hypotesetest med signifikansnivå $\alpha = 0.05$ ved hjelp av målingene dine og hypotesene over. Gir målingene av antall meter hyssing per rull grunnlag for å hevde (på 0.05-nivå) at Kråkerøy hyssingfabrikk systematisk trer mindre enn 10 meter hyssing på rullene? Begrunnelsen for svaret skal være knyttet til konklusjonen av hypotesetesten.

SLUTT

Formelark i matematikk

1.kvadratsetning $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2.kvadratsetning $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3.kvadratsetning $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Potensregler : 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 3) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 4) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Rett linje : $y = ax + b$, $\mathbf{y} - \mathbf{y}_1 = a(x - x_1)$, hvor stigningstall : $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Tangentlikning: $y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)$

Andregradslikning : $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Faktorisering av 2.gradsuttrykk : $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Logaritmeregler : 1) $\ln a^n = n \ln a$ 2) $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$ 3) $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

Naturlig logaritme $y = e^x \Leftrightarrow \ln y = x \Leftrightarrow y = e^{\ln x}$

Derivasjonsformler :

$k' = 0$, $k = \text{konstant}$

$(x^n)' = nx^{n-1}$

$(e^x)' = e^x$

$(e^{kx})' = k \cdot e^{kx}$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Derivasjonsregler:

$(f \pm g)' = f' \pm g'$

$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

$(k \cdot f)' = k \cdot f'$, $k = \text{konstant}$

$(\frac{f}{g})' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

Kjerneregel:

La $f(x) = F(g(x)) = F(u)$, hvor $u = g(x)$ er indre funksjon og F er ytre funksjon

Da er $f'(x) = F'(u) \cdot u'$

Integrasjonsformler:

1) $\int k dx = kx + C$,

2) $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$, for $n \neq -1$

3) $\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$

4) $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x > 0$

Bestemt integral: $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$, hvor $F'(x) = f(x)$

Sammendrag sannsynlighetsregning

Uniform sannsynlighetsmodell

$$P(A) = \frac{\text{antall gunstige utfall for A}}{\text{antall mulige utfall}}$$

Komplementære hendelser

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Addisjonssetningen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B$$

Når A og B er disjunkte hendelser er $P(A \cap B) = 0$

Da er $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Betinget sannsynlighet

$P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$, $P(A|B)$ er sannsynligheten for A når vi vet at B har inntruffet.

Uavhengige hendelser og avhengige hendelser

Hvis $P(A|B) = P(A)$, er A og B uavhengige hendelser.

Hvis $P(A|B) \neq P(A)$, så er A og B avhengige hendelser.

Produktsetningen

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$ når A og B er avhengige.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige.

Total sannsynlighet

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\overline{A}) \cdot P(B|\overline{A})$$

Bayes' setning

$P(A|B) = \dfrac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$, der vi finner P(B) ved total sannsynlighet.

Formelark i statistikk

Forventning

Definisjon: $\mu = E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$,

Varians

Definisjon: $\operatorname{Var}(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$

Standardavvik: $\sigma = \sqrt{\operatorname{Var}(X)}$

Setninger om forventning og varians

$\operatorname{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$, hvor $\mu = E(X)$

La X og Y være to stokastiske variabler. Da er:
1. $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
2. $\operatorname{Var}(X + Y) = \operatorname{Var}(X) + \operatorname{Var}(Y)$

Vi forutsetter i 2) at X og Y er uavhengige.

$E(k) = k$, k = konstant
$E(k+X) = k + E(X)$
$E(kX) = kE(X)$

$\operatorname{Var}(k) = 0$, k = konstant
$\operatorname{Var}(k+X) = \operatorname{Var}(X)$
$\operatorname{Var}(kX) = k^2 \operatorname{Var}(X)$

Binomisk fordeling

En stokastisk variabel X er binomisk fordelt dersom punktsannsynligheten kan beskrives ved

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \text{ for } x = 0,1,2,\ldots,n$$

hvor n er antall forsøk som utføres og p er sannsynligheten for suksess i et forsøk.
Forventning og varians til en binomisk fordelt stokastisk variabel er:

$$E(X) = n \cdot p \qquad \operatorname{Var}(X) = n \cdot p(1-p)$$

Standard normalfordeling

Den standardiserte normalfordelingen har $\mu = 0$ og $\sigma = 1$.

Vi regner om x i en generell normalfordeling til verdien z i den standardiserte normalfordelingen ved

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Noen setninger om normalfordelingen

1) Dersom $X \sim N(\mu,\sigma)$, så er $Y = aX+b$ normalfordelt med $E(Y) = a\mu + b$ og $VAR(Y) = a^2\sigma^2$.

2) Anta $X \sim N(\mu_1,\sigma_1)$ og $Y \sim N(\mu_2,\sigma_2)$.
Da er $S = X + Y$ normalfordelt med $E(S) = \mu_1 + \mu_2$ og $Var(S) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$.

3) La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være uavhengige og normalfordelte variable, og la $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ være vilkårlige konstanter. Da er summen $S = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$ normalfordelt med $E(S) = a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + \ldots + a_n\mu_n$ og $VAR(S) = a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2 + \ldots + a_n^2\sigma_n^2$

4) La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være uavhengige og normalfordelte variable som alle har samme forventning μ og varians σ^2.
Da er gjennomsnittet $\overline{X} = \dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}$ normalfordelt med forventning μ og varians $\dfrac{\sigma^2}{n}$.
Vi skriver $\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

Sentralgrenseteoremet
La X være en stokastisk variabel med forventningsverdi μ og standardavvik σ.
La $\overline{X}$ være gjennomsnittet til X i et utvalg på n elementer.
Da har $\overline{X}$ forventningsverdien μ og standardavviket $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
Dersom n er tilstrekkelig stor, vil en i tillegg ha at $\overline{X}$ er **normalfordelt.**
Vi skriver $\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Binomisk fordeling og normalfordeling
Normalfordelingen kan noen ganger erstatte den binomiske fordelingen. Hvis X er binomisk fordelt, er erstatningen brukbar når $n \cdot p(1-p) > 5$.

Konfidensintervall for μ: $\left[\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \,,\, \overline{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

Konfidensintervall for p: $\left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \,,\, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$

Testobservator Z_{obs}

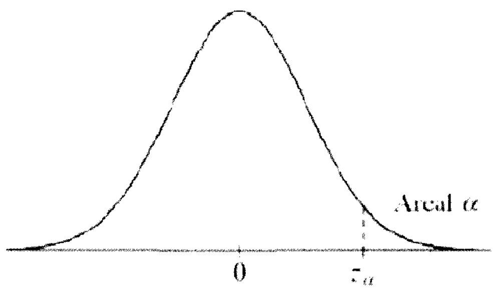
Hypotesetesting av μ: $Z_{obs} = \dfrac{\left|\overline{X} - \mu_0\right|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Hypotesetesting av p: $Z_{obs} = \dfrac{\left|\hat{p} - p_0\right|}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

Standardnormalfordelingens kvantiltabell

Definisjon kvantil :

Fra tabellen under ser vi areal $\alpha = 0.025$
svarer til $z_\alpha = 1.960$.
Det betyr at arealet til høyre for z_α er lik 0.025



α	z_α
0.100	1.282
0.050	1.645
0.025	1.960
0.010	2.326
0.005	2.576
0.001	3.090

Kumulativ binomisk sannsynlighet

Tabellen viser $P(X \leq k)$ for forskjellige valg av k
og parameterene n og p.

		Sannsynlighet p												
	k	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99
n=2	0	,980	,903	,810	,640	,490	,360	,250	,160	,090	,040	,010	,003	,000
	1	1,000	,998	,990	,960	,910	,840	,750	,640	,510	,360	,190	,098	,020
n=3	0	,970	,857	,729	,512	,343	,216	,125	,064	,027	,008	,001	,000	,000
	1	1,000	,993	,972	,896	,784	,648	,500	,352	,216	,104	,028	,007	,000
	2	1,000	1,000	,999	,992	,973	,936	,875	,784	,657	,488	,271	,143	,030
n=4	0	,961	,815	,656	,410	,240	,130	,063	,026	,008	,002	,000	,000	,000
	1	,999	,986	,948	,819	,652	,475	,313	,179	,084	,027	,004	,000	,000
	2	1,000	1,000	,996	,973	,916	,821	,688	,525	,348	,181	,052	,014	,001
	3	1,000	1,000	1,000	,998	,992	,974	,938	,870	,760	,590	,344	,185	,039
n=5	0	,951	,774	,590	,328	,168	,078	,031	,010	,002	,000	,000	,000	,000
	1	,999	,977	,919	,737	,528	,337	,188	,087	,031	,007	,000	,000	,000
	2	1,000	,999	,991	,942	,837	,683	,500	,317	,163	,058	,009	,001	,000
	3	1,000	1,000	1,000	,993	,969	,913	,813	,663	,472	,263	,081	,023	,001
	4	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,990	,969	,922	,832	,672	,410	,226	,049
n=6	0	,941	,735	,531	,262	,118	,047	,016	,004	,001	,000	,000	,000	,000
	1	,999	,967	,886	,655	,420	,233	,109	,041	,011	,002	,000	,000	,000
	2	1,000	,998	,984	,901	,744	,544	,344	,179	,070	,017	,001	,000	,000
	3	1,000	1,000	,999	,983	,930	,821	,656	,456	,256	,099	,016	,002	,000
	4	1,000	1,000	1,000	,998	,989	,959	,891	,767	,580	,345	,114	,033	,001
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,984	,953	,882	,738	,469	,265	,059
n=7	0	,932	,698	,478	,210	,082	,028	,008	,002	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,998	,956	,850	,577	,329	,159	,063	,019	,004	,000	,000	,000	,000
	2	1,000	,996	,974	,852	,647	,420	,227	,096	,029	,005	,000	,000	,000
	3	1,000	1,000	,997	,967	,874	,710	,500	,290	,126	,033	,003	,000	,000
	4	1,000	1,000	1,000	,995	,971	,904	,773	,580	,353	,148	,026	,004	,000
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,981	,938	,841	,671	,423	,150	,044	,002
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,992	,972	,918	,790	,522	,302	,068
n=8	0	,923	,663	,430	,168	,058	,017	,004	,001	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,997	,943	,813	,503	,255	,106	,035	,009	,001	,000	,000	,000	,000
	2	1,000	,994	,962	,797	,552	,315	,145	,050	,011	,001	,000	,000	,000
	3	1,000	1,000	,995	,944	,806	,594	,363	,174	,058	,010	,000	,000	,000
	4	1,000	1,000	1,000	,990	,942	,826	,637	,406	,194	,056	,005	,000	,000
	5	1,000	1,000	1,000	,999	,989	,950	,855	,685	,448	,203	,038	,006	,000
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,991	,965	,894	,745	,497	,187	,057	,003
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,983	,942	,832	,570	,337	,077
n=9	0	,914	,630	,387	,134	,040	,010	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,997	,929	,775	,436	,196	,071	,020	,004	,000	,000	,000	,000	,000
	2	1,000	,992	,947	,738	,463	,232	,090	,025	,004	,000	,000	,000	,000
	3	1,000	,999	,992	,914	,730	,483	,254	,099	,025	,003	,000	,000	,000
	4	1,000	1,000	,999	,980	,901	,733	,500	,267	,099	,020	,001	,000	,000
	5	1,000	1,000	1,000	,997	,975	,901	,746	,517	,270	,086	,008	,001	,000
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,975	,910	,768	,537	,262	,053	,008	,000
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,980	,929	,804	,564	,225	,071	,003
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,990	,960	,866	,613	,370	,086
n=10	0	,904	,599	,349	,107	,028	,006	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	1	,996	,914	,736	,376	,149	,046	,011	,002	,000	,000	,000	,000	,000
	2	1,000	,988	,930	,678	,383	,167	,055	,012	,002	,000	,000	,000	,000
	3	1,000	,999	,987	,879	,650	,382	,172	,055	,011	,001	,000	,000	,000
	4	1,000	1,000	,998	,967	,850	,633	,377	,166	,047	,006	,000	,000	,000
	5	1,000	1,000	1,000	,994	,953	,834	,623	,367	,150	,033	,002	,000	,000
	6	1,000	1,000	1,000	,999	,989	,945	,828	,618	,350	,121	,013	,001	,000
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,988	,945	,833	,617	,322	,070	,012	,000
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,989	,954	,851	,624	,264	,086	,004
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,994	,972	,893	,651	,401	,096

Kumulativ standardnormalfordeling

Tabellen viser Gaussfunksjonen G(z) for utvalgte valg av z

$G(z) = P(Z \leq z)$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	,0013	,0013	,0013	,0012	,0012	,0011	,0011	,0011	,0010	,0010
-2,90	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,80	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,70	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,60	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,50	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,40	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,30	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,20	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,10	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,00	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,90	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-1,80	,0359	,0351	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,70	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,60	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,50	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,40	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,30	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,20	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,10	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,00	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,90	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,80	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,70	,2420	,2389	,2358	,2327	,2296	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,60	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,50	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,40	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,30	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,20	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,10	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,00	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
0,00	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,10	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,20	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,30	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,40	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,50	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,60	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,70	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,80	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,90	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,00	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,10	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,20	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,30	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,40	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,50	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,60	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,70	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,80	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,90	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,00	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,10	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,20	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,30	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,40	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,50	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,60	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,70	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,80	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,90	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,00	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990