Høgskolen i Østfold
Avdeling for ingeniørfag

EKSAMEN
STATISTIKK

Lærer: Elise Øby
Mobilnummer: 91747727

Statistikk IRF22009 **Deleksamen 1 Statistikk:** **IRB22515, IRBIO22013** **IRD22612, IRE22512** **IRM22012, IRM 22013**	**Dato: 05.01.2016** **Sensurfrust 26.01.2016**	**Tid: 0900-1200**
Antall oppgavesider: 4	**Vedlegg: Ett internt notat** (8 sider)	
Hjelpemidler: **Lærebok, to interne notater, kalkulator av enhver type, godkjente formelsamlinger** KANDIDATEN MÅ SELV KONTROLLERE AT OPPGAVESETTET ER FULLSTENDIG		

Alle deloppgavene teller like mye. Vis alle utregninger. Besvarelsen vurderes ut fra kvaliteten på begrunnelsene.

Oppgave 1 Et stort kjøpesenter har åpent 10 timer per dag, 365 dager i året. Antall tilfeller av nasking (små tyverier) fra butikkene i kjøpesenteret er poissonfordelt med forventning $\lambda = 0,4$ per time.

a) Hva er sannsynligheten for at det ikke er noen tilfeller av nasking fra butikkene i kjøpesenteret i løpet av dag?

b) Regn ut sannsynligheten for at det er to eller flere tilfeller av nasking fra butikkene i kjøpesenteret i løpet av en dag.

c) Hvor mange tilfeller av nasking fra butikkene i kjøpesenteret er forventet i løpet av et år (365 dager)? Beregn en tilnærmet verdi for at det er færre enn 1400 tilfeller av nasking fra butikkene i kjøpesenteret i løpet av et år.

Anta at hendelse A oppfyller Poissonbetingelsene. Forventet antall forekomster av hendelse A per tidsenhet er λ. Du får vite at $\lambda > 100$. Du registrerer at det i løpet av 74 tidsenheter er 11692 forekomster av hendelse A. Da er $\hat{\lambda} = \frac{11692}{74} = 158$ et estimat for λ.

d) Regn ut et tosidig 95% konfidensintervall for λ.

Oppgave 2 Hos BioTec produseres kosttilskudd med selolje, og produksjonsutstyret sikrer at hver kapsel inneholder Y milligram selolje, der Y er normalfordelt med forventning 520 milligram og standardavvik 20 milligram.

a) Beregn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt kapsel inneholder mindre enn 500 milligram selolje.

Tester viser at det er nødvendig med en dagsdose på minimum 550 milligram selolje for å kunne påvise positiv virkning på ømme og stive ledd. BioTec kan ikke endre standardavviket til produksjonsutstyret, men de kan (forsøke å) stille inn forventningen μ til hva de vil. En ivrig ansatt endrer innstillingene til produksjonsutstyret i et forsøk på å oppnå en forventet mengde selolje i hver kapsel på (minst) 550 milligram. Det gjennomføres en liten prøveproduksjon for å teste om forventet mengde selolje i hver kapsel faktisk er minst 550 milligram. Tabellen under viser antall milligram selolje i hver kapsel i prøveproduksjonen:

570	580	550	570	530	550	540	560	530	550

b) Kan BioTec på bakgrunn av denne prøveproduksjonen med 95% sikkerhet hevde at den nye forventningsverdien er minst 550 milligram per kapsel ($\mu \geq 550$)? Besvar spørsmålet ved å gjennomføre en hypotesetest på $\alpha = 0,05$-nivå.

c) Beregn et 95% (tosidig) konfidensintervall for den ukjente forventningsverdien μ på bakgrunn av prøveproduksjonen beskrevet over. BioTec ønsker å gjennomføre en ny og større prøveproduksjon slik at lengden på dette konfidensintervallet blir maksimalt 10 milligram. Hvor lang produksjonsserie må de gjennomføre da?

d) Regn ut den minste verdien av μ som BioTec må klare å endre forvetningsverdien i produksjonsutstyret til for å være 95% sikre på at hver kapsel inneholder minimum 550 milligram selolje.

Oppgave 3 25 personer skal anslå vekten (i kilo) til en stein som du vet at veier 0,5 kilo. Anta at vektanslagene X_i (der $i = 1, \ldots, 25$) til de ulike personene er normalfordelte med forventning μ og standardavvik 0,15.

a) Anta nå at $\mu = 0,5$. Beregn $P(X_i > 0,45)$ og beregn sannsynligheten for at det gjennomsnittlige vektanslaget for alle de 25 personene er større enn 0,45.

b) Etter at alle de 25 personene har anslått vekten på steinen, beregner du at gjennomsnittsanslaget er $\overline{x} = 0,412$. Beregn et passende 95% konfidensintervall for å undersøke om det er en generell tendens til at vektanslagene er for lave.

Oppgave 4 Frøken Fryd og Herr Iherdig konkurrerer i smug om hvem av dem dyrker fram de høyeste solsikkene. Frøken Fryd har ni solsikker i krukker på verandaen sin, mens Herr Iherdig har syv solsikker på sin veranda. Ved solsikkesesongens slutt, måler Frøken Fryd og Herr Iherdig høyden på solsikkene sine, og viser deg resultatene. Høydene (målt i cm) er vist i tabellen under:

Frøken Fryd	136	151	127	114	134	150	151	129	147
Herr Iherdig	123	151	116	134	135	144	151		

Anta at høydene til solsikkene hos Frøken Fryd og høydene til solsikkene hos Herr Iherdig er uavhengige og normalfordelte med samme standardavvik. Du gjennomfører en uparet t-test på målingene. Bruk analyseresultatet vist under til å besvare følgende spørsmål:

Tyder disse målingene på at det er signifikant forskjell (på 0,05-nivå) i høydene til solsikkene hos Frøken Fryd og til solsikkene hos Herr Iherdig?

t-Test: To utvalg med antatt like varianser

	Frøken Fryd	*Herr Iherdig*
Gjennomsnitt	137,67	136,29
Varians	170	181,2
Observasjoner	9	7
Gruppevarians	174,82	
Antatt avvik mellom gjennomsnittene	0	
fg	14	
t-Stat	0,207	
P(T<=t) ensidig	0,419	
T-kritisk, ensidig	1,761	
P(T<=t) tosidig	0,839	
T-kritisk, tosidig	2,145	

Oppgave 5 Du skal undersøke om det er signifikant forskjell i forventet kobberinnhold i fire ulike bronselegeringer. Du foretar målinger av kobberinnhold i de fire ulike bronselegeringene, og registrerer måleresultatene i Excel. Du kan anta at forutsetningene for å foreta en variansanalyse (ANOVA) er oppfylt. Analyseresultatet er vist på nest side. Bruk analyseresultatet til å besvare følgende:

Avgjør om du kan være 95% sikker på at forventet kobberinnhold er lik i alle fire bronselegeringene, eller om minst én legering skiller seg ut. Forklar i så fall hvilken legering som skiller seg ut fra de andre.

SAMMENDRAG

Grupper	*Antall*	*Sum*	*Gjennomsnitt*	*Varians*
Legering 1	8	664,34	83,0425	0,001136
Legering 2	7	580,95	82,9929	0,000557
Legering 3	5	415,29	83,0580	0,001020
Legering 4	5	415,01	83,0020	0,000870

Variansanalyse

Variasjonskilde	*SK*	*fg*	*GK*	*F*	*P-verdi*	*F-krit*
Mellom grupper	0,01772	3	0,0059	6,5805	0,0026	3,0725
Innenfor grupper	0,01885	21	0,0009			
Totalt	0,03658	24				

SLUTT

1 Fordelinger og tilnærminger

1.1 Binomisk fordeling

En forsøksrekke består av n forsøk. Hvert forsøk har to mulige utfall: Suksess eller ikke suksess. Sannsynligheten for suksess er p i hvert forsøk. Variabelen X=*antall suksesser i løpet av n forsøk* er da binomisk fordelt og

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Forventning: $\mu = E(X) = np$. Varians: $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = np(1-p)$.

Tilnærming til normalfordelingen: For $\sigma^2 \geq 5$ er X tilnærmet normalfordelt: $X \simeq N(np, \sqrt{np(1-p)})$.

1.2 Hypergeometrisk fordeling

I en populasjon på N elementer har M elementer en spesiell egenskap. Det gjøres et utvalg på n elementer fra populasjonen. Variabelen X=*antall elementer med spesiell egenskap blant de n utvalgte elementene* er hypergeometrisk fordelt og

$$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Forventning: $\mu = E(X) = np$. Varians: $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1}$ der $p = \frac{M}{N}$.

Tilnærming til binomisk fordeling: Når $N >> n$ (hovedregel $N > 10n$) er X tilnærmet binomisk fordelt med suksessannsynlighet $p = \frac{M}{N}$.

Tilnærming til normalfordelingen: Når $\sigma^2 \geq 5$ er X tilnærmet normalfordelt: $X \simeq N\left(np, \sqrt{np(1-p)\frac{N-n}{N-1}}\right)$.

1.3 Poissonfordelingen

Antall forekomster av hendelsen A er Poissonfordelt hvis

(1) Antall forekomster av A i disjunkte tidsintervaller er uavhengige av hverandre

(2) Forventet antall forekomster av A er konstant lik λ per tidsenhet

(3) To forekomster av A kan ikke være fullstendig sammenfallende på tidsaksen

I løpet av de neste t tidsenhetene vil vi observere X forekomster av hendelsen A. Hvis Poissonforutsetningene er oppfylt, er X Poissonfordelt og

$$P(X = x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$

Forventning: $\mu = E(X) = \lambda t$. Varians: $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = \lambda t$.

Tilnærming til normalfordelingen: Når $\sigma^2 = \lambda t \geq 10$ er X tilnærmet normalfordelt: $X \simeq N(\lambda t, \sqrt{\lambda t})$.

2 Sentralgrenseteoremet

2.1 Gjennomsnitt av variabler fra samme sannsynlighetsfordeling

La $X_1, \dots, X_n$ ($n \geq 20$) være uavhengige variabler **fra samme sannsynlighetsfordeling** med forventning μ og standardavvik σ. Da er

$$\overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n) \simeq N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

2.2 Sum av variabler fra samme sannsynlighetsfordeling

La $X_1, \dots, X_n$ ($n \geq 20$) være uavhengige variabler **fra samme sannsynlighetsfordeling** med forventning μ og standardavvik σ. Da er

$$X_1 + \cdots + X_n \simeq N\left(n\mu, \sqrt{n}\sigma\right)$$

2.3 Sum av normalfordelte variabler

Hvis $X_1, X_2, \dots, X_n$ er uavhengige og **normalfordelte** variabler med forventninger μ_i og varianser σ_i^2 der $i = 1, \dots, n$, vil enhever sum av dem også være normalfordelt:

$$Y = a_1 X_1 + \cdots + a_n X_n$$

er normalfordelt med forventning

$$\mu_Y = a_1 \mu_1 + \cdots + a_n \mu_n$$

og varians

$$\sigma_Y^2 = a_1^2 \sigma_1^2 + \cdots + a_n^2 \sigma_n^2$$

3 Estimering

3.1 Estimering av forventningsverdien μ når σ er kjent

La $X_1, X_2, \dots, X_n$ være variable fra samme fordeling. Alle har forventningsverdi μ (som er den som er ukjent, og som vi skal estimere en verdi for) og kjent standardavvik σ. Vår beste gjetning for forventningsverdien er gjennomsnittet

$$\hat{\mu} = \overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$

Ved å gjøre et nytt utvalg av n variable fra denne fordelingen, vil vi få et nytt gjennomsnitt. Dermed kan vi se på $\overline{X}$ som en variabel i seg selv. Sentralgrenseteoremet gir at $\overline{X}$ er tilnærmet normalfordelt

$$\overline{X} \simeq N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Da er det f.eks 95% sikkert at en verdi $\overline{X}$ ligger i intervallet $\mu \pm 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, som gir (ved å stokke litt om på ulikheter) at det er 95% sikkert at μ ligger i intervallet $\overline{X} \pm 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Dermed kan vi lage konfidensintervaller for den ukjente μ basert på en gjennomsnittsverdi:

$$\overline{X} \pm (z\text{-verdi som er bestemt av konfidensnivået}) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

3.2 Estimering av forventningsverdien μ når σ er ukjent

La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være variable fra samme fordeling. Alle har forventningsverdi μ (som er den som er ukjent, og som vi skal estimere en verdi for) og ukjent standardavvik σ. Vår beste gjetning for forventningsverdien er gjennomsnittet

$$\hat{\mu} = \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Når σ er ukjent, må vi estimere denne også. Vår beste gjetning til variansen i populasjonen, er variansen i utvalget:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

Estimatet for σ blir da

$$\hat{\sigma} = S$$

Konfidensintervaller for μ med estimert verdi for σ lager vi slik:

$$\overline{X} \pm (\text{kritisk verdi fra } t\text{-tabellen med } (n-1) \text{ frihetsgrader}) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

3.3 Estimering av sannsynlighet/andel p

La X være binomisk fordelt med suksess-sannsynlighet p (ukjent) eller hypergeometrisk fordelt med andel elementer i populasjonen med bestemt egenskap lik $\frac{M}{N} = p$. Ved å gjøre et utvalg på n forsøk og undersøke antall suksesser i forsøksrekken, kan vi beregne en estimert verdi for suksesssannsynligheten:

$$\hat{p} = \frac{X}{n} = \frac{\text{antall suksesser i løpet av } n \text{ forsøk}}{\text{antall forsøk}}$$

Så lenge n er stor nok, $n \geq 20$ (dersom X er hypergeometrisk må i tillegg n være liten nok i forhold til populasjonen ($N >> n$)), er $X \simeq N\left(np, \sqrt{np(1-p)}\right)$. Derfor blir $\hat{p}$ tilnærmet normalfordelt $N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$. Siden vi ikke kjenner verdien av p må vi bruke den estimerte verdien $\hat{p}$ når vi skal lage konfidensintervaller for p:

$$\hat{p} \pm (z\text{-verdi som er bestemt av konfidensnivået}) \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

3.4 Estimering av antall hendelser per tidsenhet λ

Hvis X er Poissonfordelt med forventningsverdi λ (ukjent) per tidsenhet, er

$$\hat{\lambda} = \frac{X}{t} = \frac{\text{antall hendeler i løpet av } t \text{ tidsenheter}}{\text{antall tidsenheter}}$$

Så lenge $\lambda t \geq 10$ er $X \simeq N(\lambda t, \sqrt{\lambda t})$ og dermed blir $\hat{\lambda} \simeq N\left(\lambda, \sqrt{\frac{\lambda}{t}}\right)$. Siden vi ikke kjenner verdien av λ, bruker vi $\hat{\lambda}$ når vi skal lage konfidensintervaller for λ:

$$\hat{\lambda} \pm (z\text{-verdi som er bestemt av konfidensnivået}) \cdot \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{t}}$$

4 Hypotesetesting på én dataserie

4.1 Z-test: Test av μ når σ er kjent

Testobservatoren er

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Du tror på forventningsverdien μ_0 inntil testen eventuelt viser at nullhypotesen skal forkastes. Kritisk z-verdi avhenger av konfidensnivået, og den finnes i tabellen for normalfordelingen:

	H_0	H_1	Forkast H_0 hvis
Alt. 1	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$Z >$(kritisk z-verdi)
Alt. 2	$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$Z < -$(kritisk z-verdi)
Alt. 3	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\|Z\| >$(kritisk z-verdi)

4.2 T-test: Test av μ når σ er ukjent

Testobservatoren er

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Du tror på forventningsverdien μ_0 inntil testen eventuelt viser at nullhypotesen skal forkastes. Kritisk t-verdi avhenger av konfidensnivået, og den finnes i tabellen for t-fordelingen med $(n-1)$ frihetsgrader:

	H_0	H_1	Forkast H_0 hvis
Alt. 1	$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$T >$(kritisk t-verdi)
Alt. 2	$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$T < -$(kritisk t-verdi)
Alt. 3	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\|T\| >$(kritisk t-verdi)

4.3 Hypotesetest av sannsynligheten p

Testobservatoren er

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$$

Du tror på sannsynligheten p_0 inntil testen eventuelt viser at nullhypotesen skal forkastes. Kritisk z-verdi avhenger av konfidensnivået, og den finnes i tabellen for normalfordelingen:

	H_0	H_1	Forkast H_0 hvis
Alt. 1	$p \leq p_0$	$p > p_0$	$Z >$(kritisk z-verdi)
Alt. 2	$p \geq p_0$	$p < p_0$	$Z < -$(kritisk z-verdi)
Alt. 3	$p = p_0$	$p \neq p_0$	$\|Z\| >$(kritisk z-verdi)

4.4 Grubbs test for ensomme uteliggere

Hypoteser:

H_0: Det er ingen uteliggere i datasettet

H_1: Det er nøyaktig én uteligger i datasettet

Testobservatoren er

$$G = \frac{\max|Y_i - \overline{Y}|}{S}$$

der $Y_1, \ldots, Y_N$ er dataverdiene, $\overline{Y}$ er gjennomsnittet av dataverdiene og S er utvalgets standardavvik $\left(S^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(Y_i - \overline{Y})^2\right)$. Nullhypotesen forkastes dersom

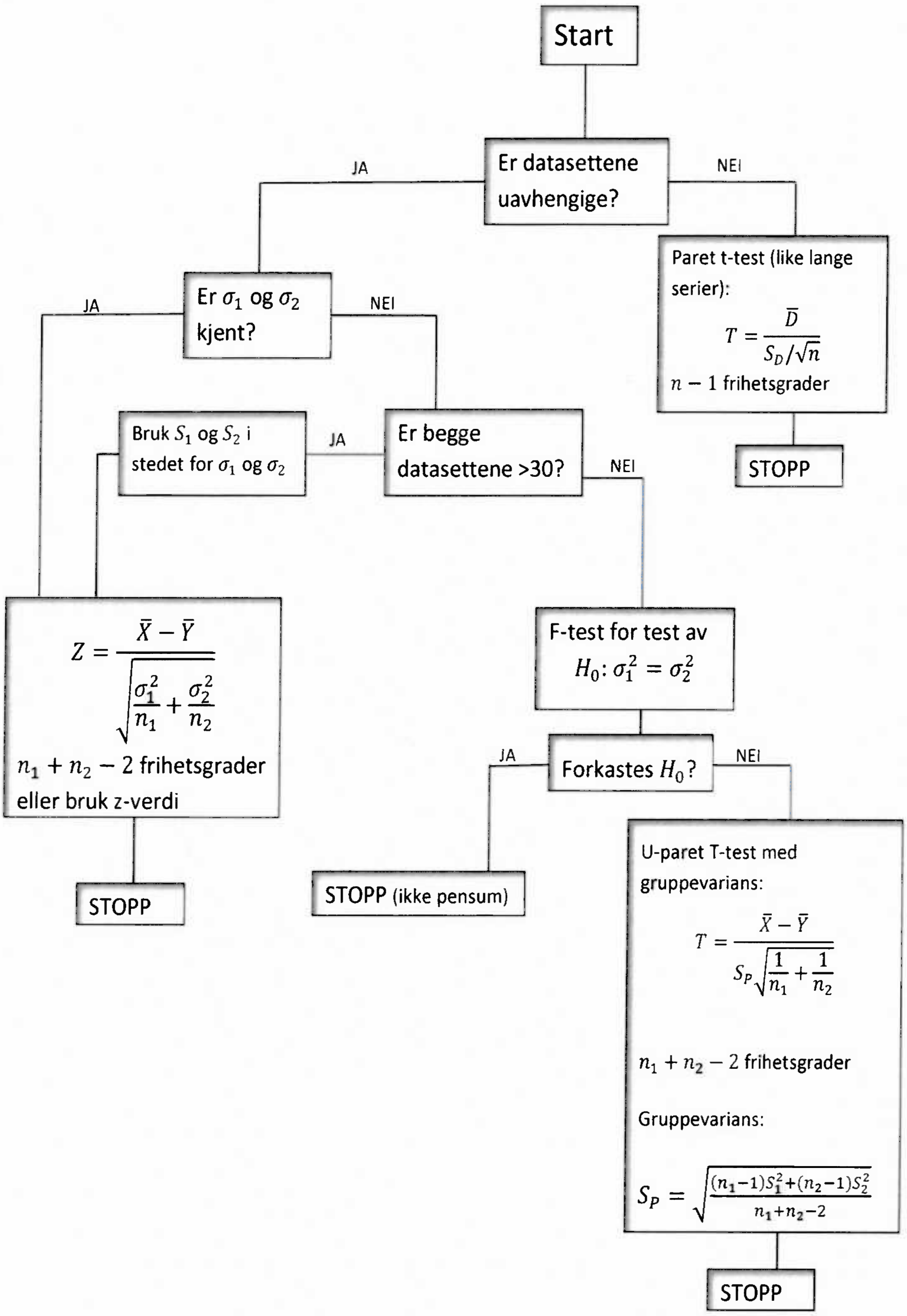
$$G > \frac{N-1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{t^2}{N-2+t^2}}$$

der t finnes i tabellen for t-fordelingen:

* $N-2$ frihetsgrader
* signifikansnivå $\alpha/2N$

Ved ensidig test (sjekker om største/minste verdi er uteligger), brukes signifikansnivået α/N for å finne t.

Hypotesetesting med to dataserier



Kumulativ standardnormalfordeling

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,90	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,80	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,70	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,60	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,50	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,40	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,30	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,20	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,10	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,00	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,90	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,80	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,70	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,60	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,50	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,40	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,30	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,20	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,10	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,00	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,90	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,80	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,70	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,60	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,50	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,40	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,30	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,20	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,10	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,00	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,00	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,10	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,20	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,30	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,40	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,50	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,60	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,70	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,80	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,90	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,00	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,10	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,20	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,30	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,40	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,50	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,60	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,70	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,80	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,90	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,00	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,10	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,20	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,30	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,40	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,50	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,60	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,70	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,80	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,90	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,00	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

t-fordelingens kvantiltabell

Antall frihetsgrader	Areal *alfa* 0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
31	0,682	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744
32	0,682	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738
33	0,682	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733
34	0,682	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,678	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
1000	0,675	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
10000	0,675	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576