Høgskolen i Østfold

# Eksamen

| | |
|---|---|
| **Emnekode:**<br>IRF11010 | **Emnenavn:**<br>Ingeniørfysikk |
| **Dato:**<br>27.mai 2016<br>**Sensurfrist:**<br>17.juni 2016 | **Eksamenstid:**<br>09:00 - 12:00 |
| **Antall oppgavesider:** 3<br>**Antall formelsider:** 7 | **Faglærer (tlf):**<br>Øystein Holje: 90 057 306<br>**Oppgaven er kontrollert: Ja** |
| **Helpemidler:**<br>Godkjent kalkulator og enhver matematisk formelsamling. | |
| **Om eksamensoppgaven:**<br>Alle deloppgaver tillegges lik vekt.<br>Alle oppgaver skal i helhet besvares på egne ark. | |
| **Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig.** | |

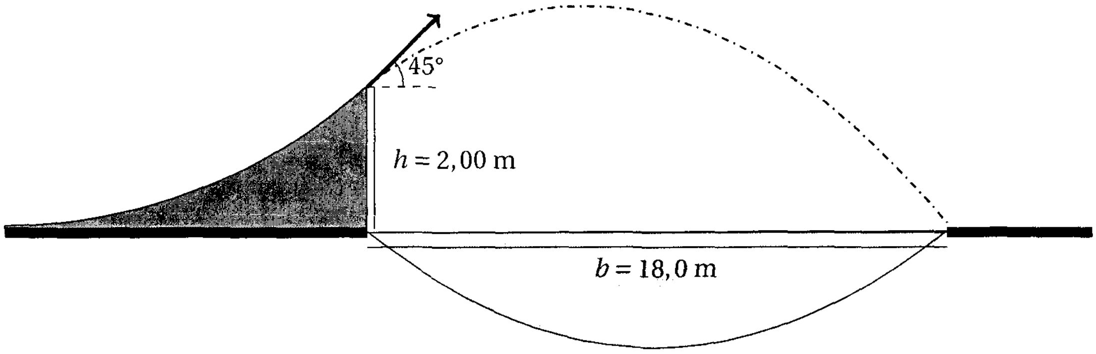
## Oppgave 1

Vi regner ubenevnt i a) og b) - der er alle avstander i meter og tider i sekunder. Akselerasjonen til en bil under oppbremsing er gitt ved $a(t) = -2,0t + 9$.

(a) Bestem hastigheten $v(t)$ når hastigheten er 10 ved tiden $t = 0$.

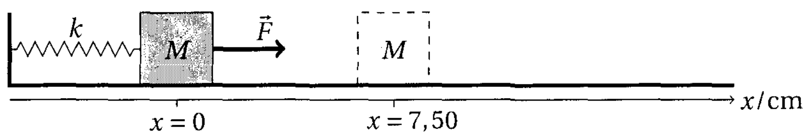
(b) Hvor langt har bilen beveget seg når hastigheten blir null første gang etter start?

En vågal motorsyklist vil prøve å hoppe over ei elv som er 18,0 m bred med motorsykkelen sin. Han bygger derfor opp en rampe på den ene elvebredden der toppen av rampen er 2,00 m over elva, og som er formet slik at utgangshastigheten på toppen av rampen danner en vinkel på 45° med horisontalplanet.Betrakt motorsyklisten som en partikkel, og se bort fra luftmotstand. I denne deloppgaven skal du bruke $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. I resten oppgavene skal $g = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$ brukes.




(c) Hvor stor må utgangsfarten på toppen av rampen minst være for at motorsyklisten skal kunne hoppe over elva med sykkelen sin?

En kloss med masse $M = 0,500$ kg ligger på et horisontalt friksjonsfritt underlag. Klossen er festet til en fjær med fjærkonstant $k = 600$ N/m. Den andre enden av fjæra er festet til en vegg. En konstant kraft $F = 50,0$ N virker på klossen over en avstand på 7,50 cm i retning av fjæras forlengelse. Vi regner med at fjæra er masseløs. Etter at kraften slutter å virke vil klossen utføre harmoniske svingninger.




(d) (i) Hvor stor fart har klossen når kraften slutter å virke?

(ii) Finn perioden og amplituden.

## Oppgave 2

(a) Et lodd med massen $m = 40\ kg$ henger i et tynt tau og har akselerasjon forskjellig fra null.

(i) Hva er strekket i tauet (snordraget) hvis akselerasjonen er $5,0\ m/s^2$ nedover?

(ii) Hva er strekket i tauet (snordraget) hvis akselerasjonen er $5,0\ m/s^2$ oppover?

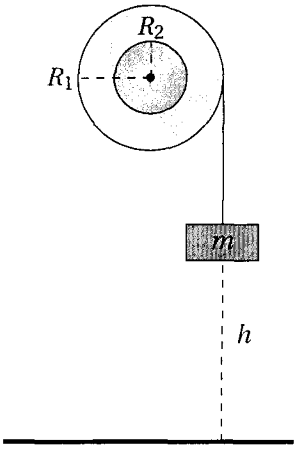
Et tau er viklet rundt en trommel. Trommelens radius er $R_1 = 0,30\ m$. På trommelen er det *påsveiset et sylinderskall med radius* $R_2 = 0,15\ m$.
Trommelen med påsveiset sylinderskall har treghetsmoment $2,0\ kgm^2$ når den roterer om en akse gjennom sentrum, normalt på papirplanet. Et lodd med masse $m = 40\ kg$ festes i den andre enden av tauet .Loddet starter i høyden $h$ over bakken når det slippes (jf.figur til venstre).

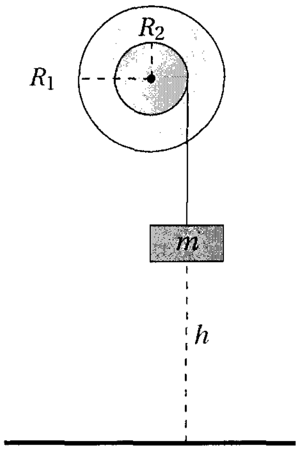
(b) Vis at loddets akselerasjon blir $6,3\ m/s^2$.

Tauet vikles nå om sylinderskallet i stedet for trommelen. Det starter i samme høyde over bakken som i b) og slippes (jf.figur til høyre).

(c) I hvilket av tilfellene b) og c) vil trommelen ha størst vinkelhastighet rett før loddet treffer bakken? Korrekt forklaring med fysiske prinsipper er tilstrekkelig (spesifikk utregning av vinkelhastighetene unødvendig).

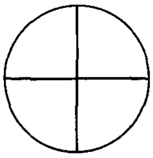
(d) Bestem hvor lang tid loddet bruker i det raskeste tilfellet når $h = 0,50\ m$.



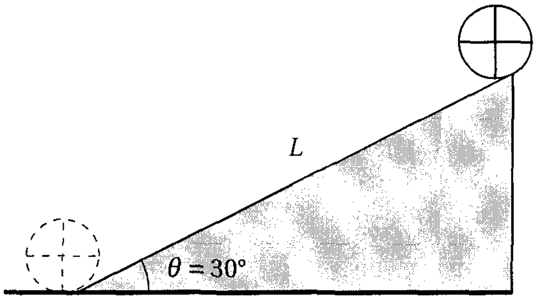
## Oppgave 3

Et legeme er bygd opp av to rette, tynne staver som hver har masse $\frac{3}{7}m$ og lengde $2R$ og et tynt sylinderskall med masse $\frac{1}{7}m$ slik figuren viser. Stavene krysser hverandre midt på, og krysningspunktet er også sentrum i ringen.



(a) Vis at treghetsmoment om en akse gjennom legemets midtpunkt vinkelrett på legemets plan er $\frac{3}{7}mR^2$.

Legemet plasseres øverst på et skråplan med lengde $L$ og helningsvinkel $\theta = 30°$.
Det slippes uten startfart slik at det kan rulle uten å gli ned skråplanet.




(b) Bruk energiresonnement til å vise at legemets fart ved foten av skråplanet er $\sqrt{\frac{7}{10}gL}$ når du ser bort ifra friksjonsarbeid.

(c) (i) Hvor stor er friksjonskraften mellom legemet og skråplanet mens det ruller ned?

(ii) Hvor stor må den statiske friksjonskoeffisienten minst være for at legemet skal rulle uten å gli?

# Formelsamling i fysikk

## Bevegelse

### Rettlinjet bevegelse ved konstant akselerasjon

$$v = v_0 + at \tag{1}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{2}$$

$$s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \tag{3}$$

$$2as = v^2 - v_0^2 \tag{4}$$

### Rettlinjet bevegelse generelt

$$v(t) = x'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}x = \dot{x} \tag{5}$$

$$a(t) = v'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}v = \dot{v} \tag{6}$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt \tag{7}$$

$$v(t) - v(t_0) = \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt \tag{8}$$

### Rotasjonsbevegelse ved konstant vinkelakselerasjon

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \tag{9}$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{10}$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t \tag{11}$$

$$2\alpha\theta = \omega^2 - \omega_0^2 \tag{12}$$

### Rotasjonsbevegelse generelt

$$\omega(t) = \theta'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\theta = \dot{\theta} \tag{13}$$

$$\alpha(t) = \omega'(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\omega = \dot{\omega} \tag{14}$$

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^{t} \omega(t)\,dt \tag{15}$$

$$\omega(t) - \omega(t_0) = \int_{t_0}^{t} \alpha(t)\,dt \tag{16}$$

**Sammensatt bevegelse**

$$v_{\tan} = \omega \cdot R \tag{17}$$

$$a_{\tan} = \alpha \cdot R \tag{18}$$

$$a_{\text{rad}} = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = a_s \tag{19}$$

$$a_{\text{tot}} = \sqrt{a_{\tan}^2 + a_{\text{rad}}^2} \tag{20}$$

$$v_{\text{cm}} = \omega \cdot R \tag{21}$$

$$a_{\text{cm}} = \alpha \cdot R \tag{22}$$

**Noen generelle formler for vektorer**

Gitt vektoren $\vec{A}$,horisontal akse $x$, vertikal akse $y$ og $\theta$ som vinkelen mellom vektoren og $x$-aksen.

$$A_x = A \cdot \cos\theta \tag{23}$$

$$A_y = A \cdot \sin\theta \tag{24}$$

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \tag{25}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) \tag{26}$$

**Prosjektilbevegelse**

Uten luftmotstand med oppover som positiv vertikal retning.

$$x = x_0 + v_0 \cos\theta_0 \cdot t \tag{27}$$

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 \tag{28}$$

$$y = y_0 + v_0 \sin\theta_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \tag{29}$$

$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt \tag{30}$$

Uten luftmotstand og med samme start- og slutthøyde.

$$\text{Tid for å nå samme høyde på ny} = \frac{2 v_0 \sin\theta_0}{g} \tag{31}$$

$$\text{Rekkevidde} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\theta_0) \tag{32}$$

$$\text{Tid for å nå toppen} = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g} \tag{33}$$

$$\text{Maksimal høyde} = \frac{v_0^2 \sin^2(\theta_0)}{2g} \tag{34}$$

## Dynamikk

### Newtons lover

$$\text{Newtons 1.lov (N1)} \quad v = \text{konstant} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0 \tag{35}$$

$$\text{Newtons 2.lov (N2)} \quad \vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \text{ alternativt } \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \tag{36}$$

$$\text{Newtons 3.lov (N3)} \quad \vec{F}_{\mathrm{AB}} = -\vec{F}_{\mathrm{BA}} \tag{37}$$

### Modellering av friksjon

$\mu$ er ulike friksjonstall, $f_R$ er ulike typer friksjon, $N$ er normalkraft og $F$ er summen av de kreftene som prøver å flytte legemet.

$$\text{Glidefriksjon } f_{Rk} = \mu_k \cdot N \tag{38}$$

$$\text{Statisk friksjon } f_{Rs} = F \tag{39}$$

$$\text{Maksimal statisk friksjon } f_{Rs,\mathrm{maks}} = \mu_s \cdot N \tag{40}$$

### Modellering av luftmotstand

Ulike modeller av luftmotstand for en gjenstand som faller nedover.

$$\text{Laminær luftmotstand}: \sum F = mg - kv\,, \quad \text{terminalfart} = \frac{\mathrm{mg}}{k} \qquad [k] = \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}} \tag{41}$$

$$\text{Turbulent luftmotstand}: \sum F = mg - Dv^2\,, \quad \text{terminalfart} = \sqrt{\frac{\mathrm{mg}}{D}} \qquad [D] = \frac{\mathrm{Ns}^2}{\mathrm{m}^2} \tag{42}$$

### Tyngdepunkt

$$x_{\mathrm{cm}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} \tag{43}$$

$$y_{\mathrm{cm}} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} \tag{44}$$

$$z_{\mathrm{cm}} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} \tag{45}$$

**Treghetsmoment**

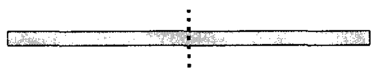
For en samling punktmasser $$I = \sum_i m_i r_i^2 \tag{46}$$

For en kontnuerlig fordelt masse $$I = \int r^2\, dm \tag{47}$$

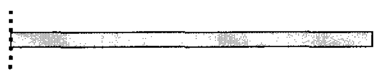
Steiners setning $$I_A = I_{\text{cm}} + md^2 \tag{48}$$

$$[I] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

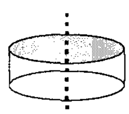
Homogen stang, normal akse i midten $$I = \frac{1}{12} ML^2 \tag{49}$$



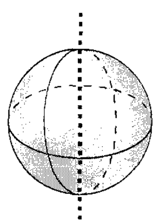
Homogen stang, normal akse i enden $$I = \frac{1}{3} ML^2 \tag{50}$$



Homogen sylinder, normal akse gjennom sentrum $$I = \frac{1}{2} MR^2 \tag{51}$$



Homogen kule, akse gjennom sentrum $$I = \frac{2}{5} MR^2 \tag{52}$$



Punktmasse, homogent kuleskall og homogent sylinderskall $$I = MR^2 \tag{53}$$

## Bevaringslover

### Størrelser

| | | |
|---|---|---|
| Kinetisk energi for translasjon | $K_{\text{tra}} = \frac{1}{2}mv^2$ | (58) |
| Kinetisk energi for rotasjon | $K_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$ | (59) |
| Total mekanisk kinetisk energi | $K = K_{\text{tra}} + K_{\text{rot}}$ | (60) |
| Arbeid ved konstant kraft og rettlinjet bevegelse | $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\theta$ | (61) |
| Arbeid ved variabel kraft | $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ | (62) |
| Potensiell energi i tyngdefelt | $U_G = mgh$ | (63) |
| Potensiell energi i fjær | $U_F = \frac{1}{2}kx^2$ | (64) |
| Total mekanisk energi | $E_{tot} = U + K$ | (65) |
| Bevegelsesmengde | $\vec{p} = m\vec{v}$ | (66) |
| Impuls | $\vec{F} \cdot \Delta t$ | (67) |
| Spinn(angulærmoment (generelt for punktmasse)) | $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ | (68) |
| Spinn(angulærmoment (størrelse for punktmasse)) | $L = rmv \cdot \sin\theta$ | (69) |
| Spinn(angulærmoment (størrelse for plan bevegelse av legeme)) | $L = I\omega$ | (70) |

### Bevaringslover og andre dynamiske sammenhenger

| | | |
|---|---|---|
| Arbeid-kinetisk energisetningen | $W = \Delta K$ | (71) |
| Bevaring av mekanisk energi | $E_{\text{tot}}(\text{før}) = E_{\text{tot}}(\text{etter}) \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}E_{\text{tot}} = 0$ | (72) |
| Bevaring av energi | $E_{\text{tot}}(\text{før}) + W_{\text{andre}} = E_{\text{tot}}(\text{etter})$ | (73) |
| Bevaring av bevegelsesmengde | $\vec{p}_{\text{før}} = \vec{p}_{\text{etter}}$ | (74) |
| Impulsloven | $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p}$ | (75) |
| Spinnsetning | $\sum \vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\vec{L}$ | (76) |

## Diverse

### Svingninger - SHM

Generell homogen svingelikning med løsning med $x$:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad x = A\cos(\omega t + \phi) \tag{77}$$

Generell homogen svingelikning med løsning med $\theta$:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0 \qquad \theta = \theta_0 \cos(\omega t + \phi) \tag{78}$$

Parametere i løsning:

$$\text{Vinkelfrekvens:} \quad \omega \quad [\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}} \tag{79}$$

$$\text{Amplitude:} \quad A = \sqrt{x(0)^2 + (\frac{v(0)}{\omega})^2} \tag{80}$$

$$\text{Fasekonstant:} \quad \phi = \tan^{-1}(\frac{-v(0)}{\omega x(0)}) \text{ når } x(0) \neq 0 \text{ og } \phi = \pm\frac{\pi}{2} \text{ når } x(0) = 0 \tag{81}$$

Andre relevante parametere

$$\text{frekvens:} f = \frac{\omega}{2\pi} \quad [f] = \text{Hz}] \tag{82}$$

$$\text{periode:} T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \tag{83}$$

Eksempler på svingelikninger og perioder

$$\text{Kloss-fjær:} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \qquad \text{Periode} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{84}$$

$$\text{Matematisk pendel:} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \qquad \text{Periode} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{85}$$

$$\text{Fysisk pendel:} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\theta = 0 \qquad \text{Periode} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \tag{86}$$

$k$ = fjærkonstant, $m$ = masse, $g$ = tyngdeakselerasjonen, $l$ = lengde snor,
$I$ = samlet treghetsmoment, $d$ = avstand tyngdepunkt-akse