

## EKSAMENSOPPGAVE

Fag: IRB33013 Konstruksjonsteknikk 3

Lærere: Edin Mahmutcehajic, Siri Fause og Joachim Helgesen

02

Grupper: 3. bygg	Dato: 04.12.15 Sensurfrist: 23.12.15	Tid: 0900 – 1200
Antall oppgavesider: 5	Antall vedleggsider: 11	
Hjelpemidler: Utdelt kalkulator og utdelte egne Eurokoder for Betong og Stål		
<b>KANDIDATEN MÅ SELV KONTROLLERE AT OPPGAVESETTET ER FULLSTENDIG</b>		

### Veiledende vektning:

Samlet vektning, betong: 35 %

Samlet vektning, matrisestatikk: 15 %

Samlet vektning, betong knutepunkt: 15 %

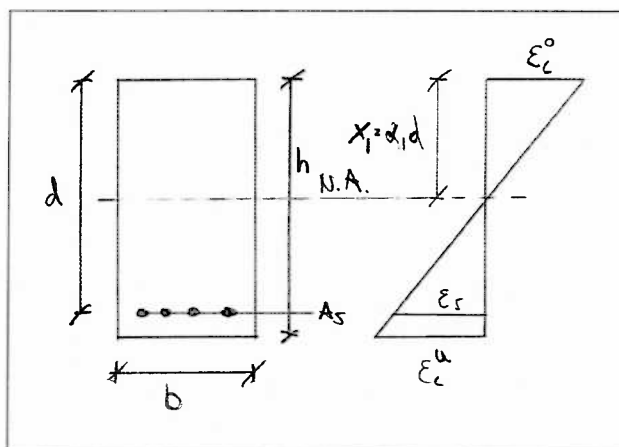
Samlet vektning, stål: 35 %

*Dersom du mener det mangler opplysninger: Gjør nødvendige antagelser og begrunn dette i besvarelsen.*

*Vær kortfattet og bruk figurer.*

### Oppgave 1: Bruksgrense (vektes 25%)

- Beskriv stadium I og II for et betongtverrsnitt, ha spesielt fokus på forskjellene på disse stadiene.  
(vektes 5%)
- Hvorfor kan svinn i betong være et problem for en betongvegg støpt på et fundament?  
(vektes 5%)



Figur 1 Bjelketverrsnitt (geometri og tøyninger)

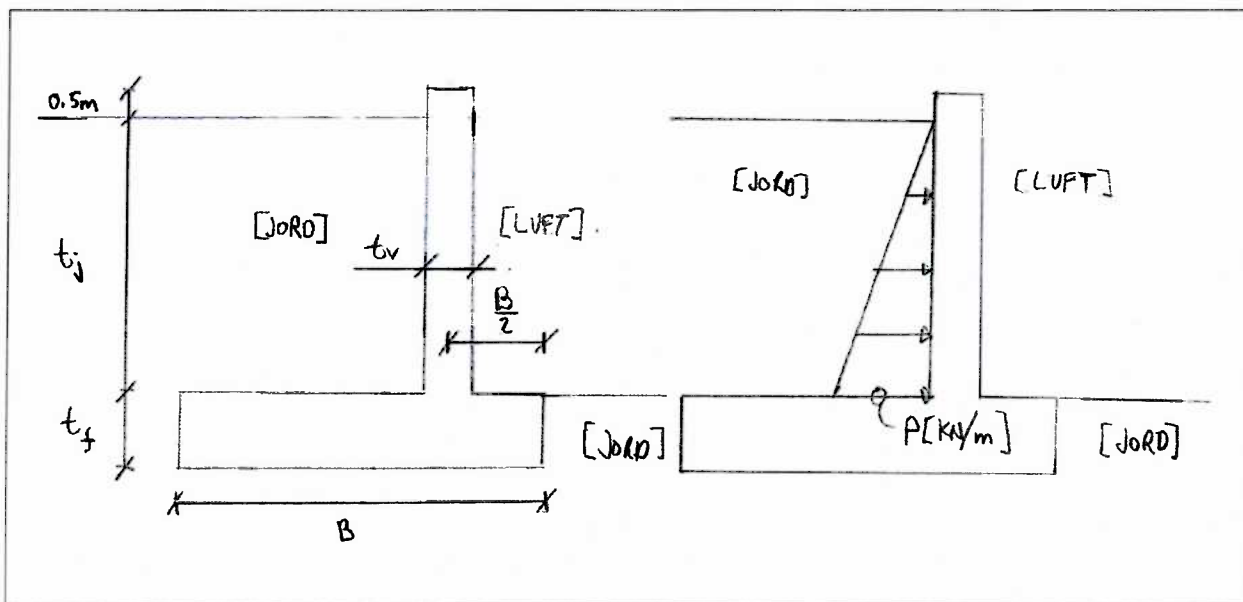
- Bruk figuren over. Vis at trykksonehøyden kan uttrykkes som:

$$x_1 = \alpha_1 d = \left( \frac{A_c \cdot 0.5h + \alpha_e A_s d}{A_c d + \alpha_e A_s d} \right) d$$

Tips:  $\kappa = \frac{\epsilon}{y}$ ;  $\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$ ; likevekt, Hookes lov

(vektes 15%)

## Oppgave 2: Fundament (vektet 10%)



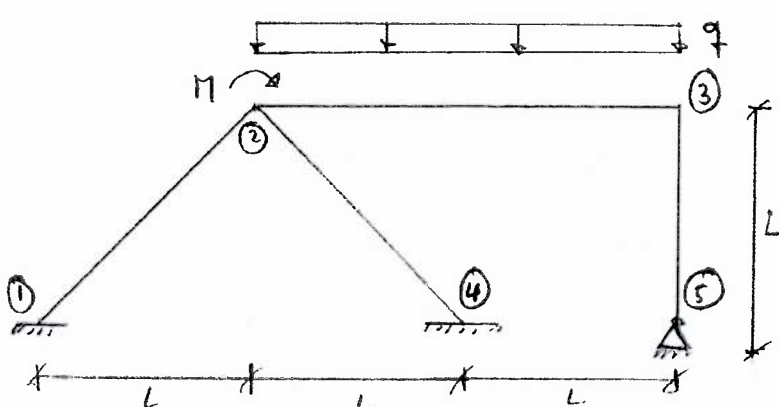
- Oppgitte laster er ferdig kombinerte, altså med lastfaktorer inkludert.
- Vegg er sentrisk plassert på fundament.
- Egenvekt betong  $25 \text{ kN/m}^3$
- Egenvekt jord  $19 \text{ kN/m}^3$
- $t_j = 3 \text{ m}$
- $t_f = 0.8 \text{ m}$
- $t_v = 0.6 \text{ m}$
- $B = 3 \text{ m}$
- Bæreevne  $100 \text{ kPa}$

Figur 2: Snitt av veggfundament med forutsetninger

- a) Forutsett at det er luft på høyre side av vegg. Jordtrykket på venstre side av vegg har maks intensitet lik  $p = 80 \text{ kN/m}^2$ .  
Har veggfundamentet tilstrekkelig bæreevne?

Tips:  $B_0 = B - 2e$ ;  $e = \frac{M}{N}$

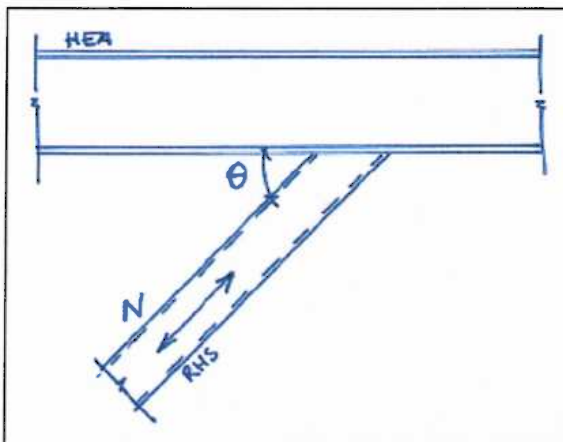
### Oppgave 3: Matrisestatikk (vektes 15%)

Ramme	Forutsetninger
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Belastningen på rammen er en jevnt fordelt last <math>q</math> [kN/m] på stav 2-3, og et moment <math>M</math> [kNm] i node 2.</li> <li>- Alle staver i rammen har aksialstivhet <math>EA = \infty</math></li> <li>- Stavene 1-2, 2-4 og 3-5 har bøyestivhet <math>EI</math>.</li> <li>- Stav 2-3 har bøyestivhet <math>2EI</math>.</li> </ul>

Figur 3 Ramme med last

- a) Finn systemets stivhetsmatrise  $\mathbf{K}$  ved bruk av 2 frihetsgrader (rotasjon i node 2 og 3).
- b) Finn lastvektoren  $\mathbf{R}$  ved bruk av de samme frihetsgradene som i a).

### Oppgave 4: Stålkonstruksjoner (vektes 15%)

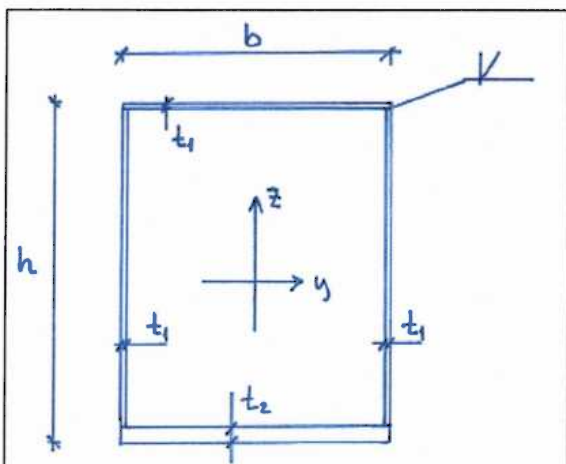


Figuren viser et knutepunkt mellom diagonal- og gurtstav i et fagverk. Gitt at vinkelen mellom stavene er 45 grader og profilene HEA200 og RHS 150x6 med stålkvalitet S355.

a) Bestem  $b_w$  og  $p_{eff}$  og tegn skisser der disse er angitt (målsatt).

b) Kapaasiteten mht. bruddformen *flytning i grutstavens steg* er gitt som  $N_{1,Rd} = (f_{y0} t_w b_w) / \sin \theta_1$ . Forklar kortfattet hvorfor det divideres med  $\sin \theta_1$  i uttrykket.

Figur 4: Knutepunkt mellom diagonal- og gurtstav i et fagverk



### Oppgave 5: Stålkonstruksjoner (vektes 5%)

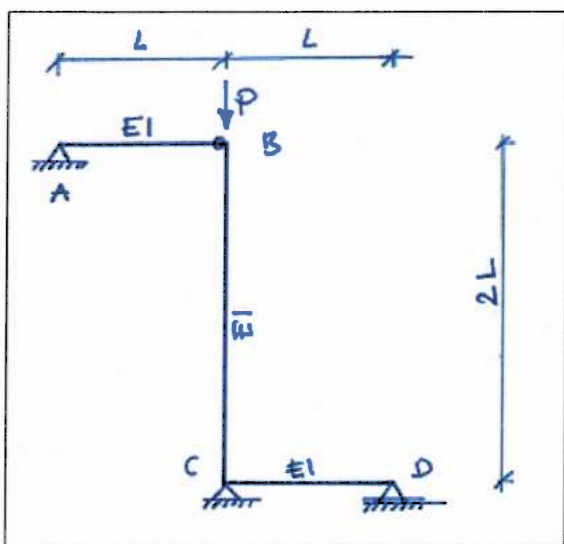
Figuren viser sveist kassetversnitt bestående av plater. Kassen er belastet med rent trykk

(normallast i tverrsnittets opprinnelige tyngdepunkt).

Tegn skisse som viser effektivt tverrsnitt (uten å regne) gitt at kun platene med tykkelsen  $t_1$  er i klasse 4. Forklar kortfattet hvilken tilleggsbelastning som vil opptre i tverrsnittet i dette tilfellet.

Figur 5: sveist kassetversnitt

**Oppgave 6: Stålkonstruksjoner (vektes 15%)**

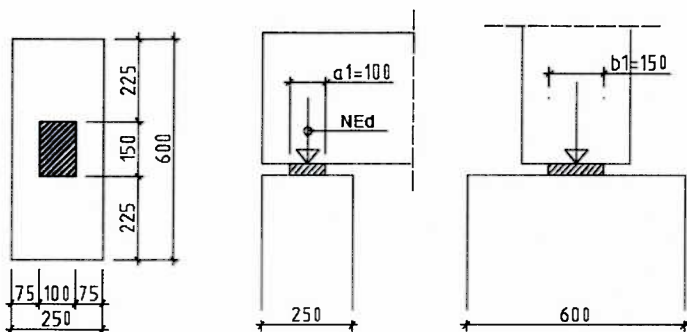


Figuren viser en ramme bestående av tre staver (AB, BC og CD). Lasten P gir normallast (trykk) i stav BC. Knutepunktet i pkt. B antas å være leddet, mens knutepunktet i pkt. C antas å gi full momentkontinuitet.

- a) Tegn skisse som viser første knekkform.
- a) Bestem tilhørende knekk lengde ved hjelp av vedlagte tabeller.

Figur 6: ramme

**OPPGAVE 7: Knutepunkt betong (vektes 15 %)**



Figur 7: Geometri søyletopp

Gitt en søyle som er belastet med en bjelke som ligger på et mellomlegg med målene 100x150 mm<sup>2</sup>. Søylene har mål 250x600. Se figur over. Gitt betongkvalitet B30 med  $f_{cd} = 17$  MPa.

- a) Finn maks kapasitet for lasten  $N_{Ed}$  i søylen under bjelken etter NS-EN 1992-1-1 punkt 6.7 for partielt belastede flater. Vis på en figur tilsvarende figur 1 hvordan spenningen fordeler seg i tverrsnittet.
- b) Er det nødvendig med armering for å ta opp spenninger fra trykkraften fra søylen? Forklar og vis på en figur hvorfor det er behov for denne armeringen og hvordan den virker.

## FORMELARK

### MATRISEREGNING

Gitt matriseligningen:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

$$\text{hvor matrisen } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \text{ og vektorene } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ og } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Da kan  $\mathbf{x}$  finnes fra:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

$$\text{hvor } \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}} \begin{bmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{x} = \frac{1}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}} \begin{bmatrix} A_{22}b_1 + (-A_{12})b_2 \\ (-A_{21})b_1 + A_{11}b_2 \end{bmatrix}$$

PLASSTØPT BETONG

SLS

Betongens effektive E-modul  
(for laster som forårsaker kryp)

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi}$$

Krumning

$$\kappa = \frac{M_{Ed}}{(EI)} = \frac{\varepsilon}{y}, \quad \varepsilon : \text{tøyning i punktet}, \\ y : \text{avstand fra nøytralaksen}$$

Hooke's lov

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Materialstivhetsforhold

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$$

Armeringsforhold

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

Trykksonehøyde stadium I

$$x_1 = \alpha_1 d = \left( \frac{A_c \cdot 0.5h + \alpha_e A_s d}{A_c d + \alpha_e A_s d} \right) d$$

Annet arealmoment betong stadium I

$$I_{c1} = \frac{1}{12} b h^3 + b h \left( \alpha_1 d - \frac{h}{2} \right)^2$$

Annet arealmoment armering stadium I

$$I_{s1} = A_s [(1 - \alpha_1) d]^2$$

Bøjestivhet stadium I

$$(EI)_1 = E_c I_{c1} + E_s I_{s1}$$

Armeringsspenning stadium I

$$\sigma_{s1} = E_s \cdot \frac{M_{Ed} (1 - \alpha_1) d}{(EI)_1}$$

ULS

Trykksonekapasitet

$$M_{Rd} = 0.275 f_{cd} b d^2$$

Indre momentarm

$$z = \left[ 1 - 0.17 \left( \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \right) \right] d$$

Nødvendig armering

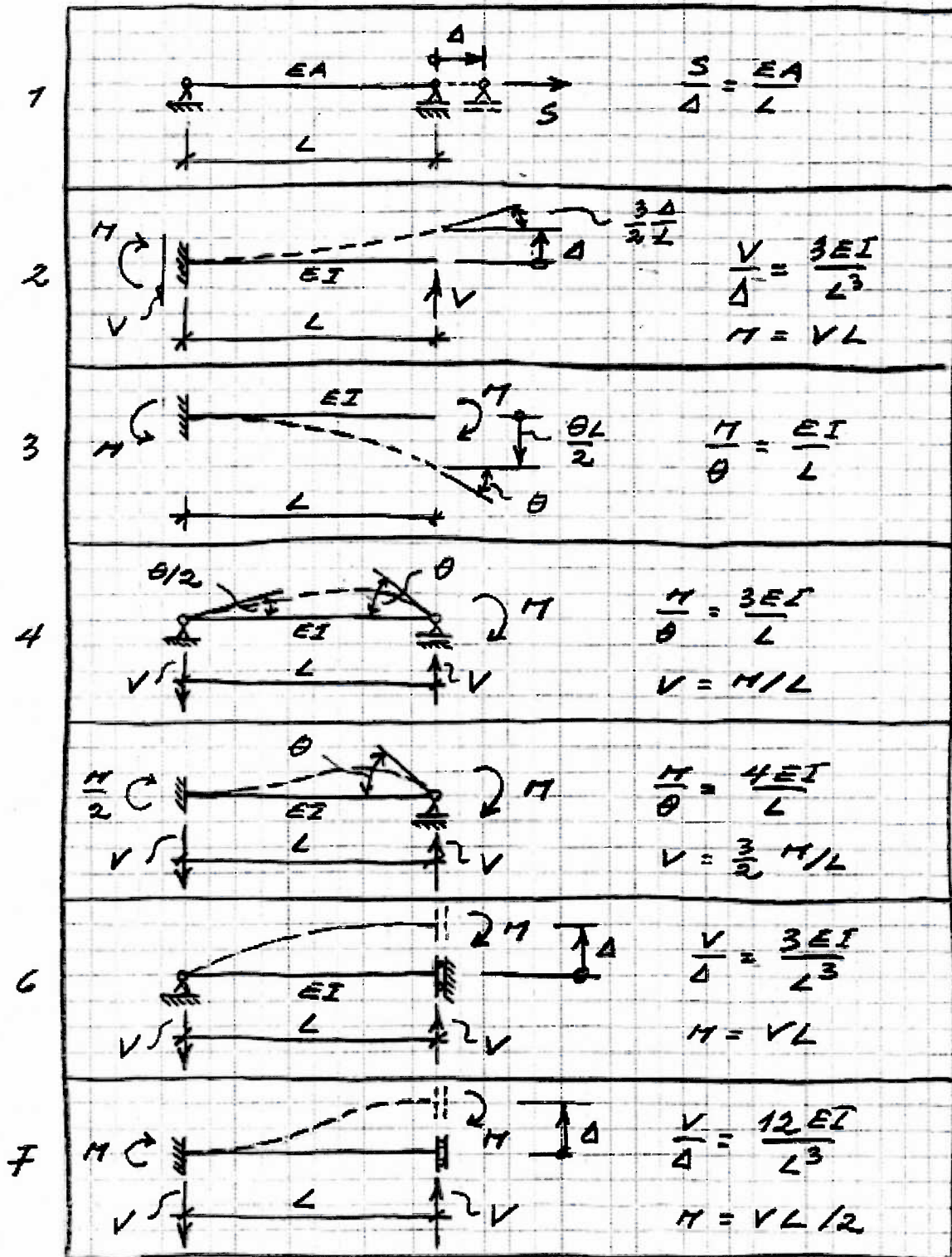
$$M_{Ed} = A_s f_{yd} z$$

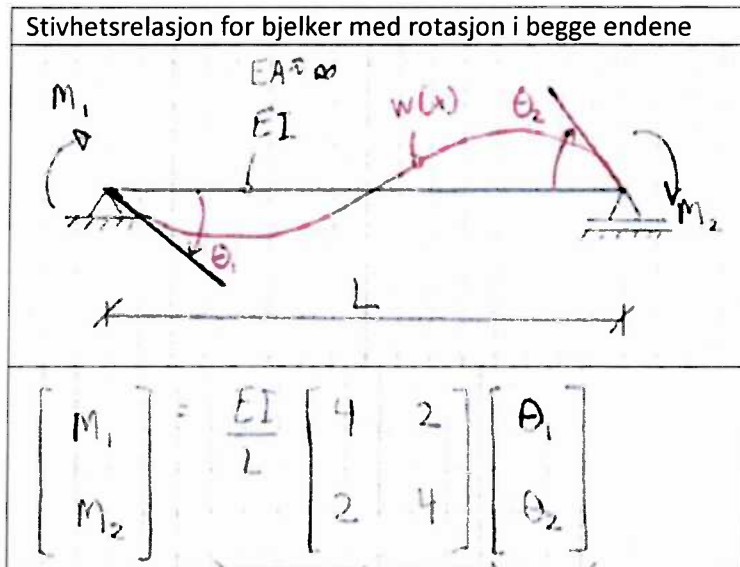
BASISTILFELLER – LASTVIRKNINGER OG NEDBØYNING

1		$M_A = \frac{qL^2}{2}, \quad V_A = qL$ $\Delta = \frac{qL^4}{8EI}, \quad \theta = \frac{qL^3}{6EI}$
2		$V_A = V_B = \frac{qL}{2}$ $\Delta = \frac{5qL^4}{384EI}, \quad M_{\text{midt}} = \frac{qL^2}{8}$
3		$M_A = \frac{qL^2}{8}, \quad V_A = \frac{5qL}{8}, \quad V_B = \frac{3qL}{8}$ $\Delta = \frac{qL^4}{192EI}, \quad \theta = \frac{qL^3}{48EI}$
4		$M_A = M_B = \frac{qL^2}{12}$ $V_A = V_B = \frac{qL}{2}$ $\Delta = \frac{qL^4}{384EI}$
5		$V_A = V_B = F/2$ $\Delta = \frac{FL^3}{48EI}, \quad M_{\text{midt}} = \frac{FL}{4}$
6		$M_A = M_B = FL/8$ $V_A = V_B = F/2$ $\Delta = \frac{FL^3}{192EI}$



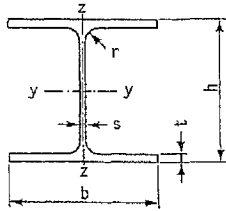
BASISTILFELLER – STIVHETSTALL





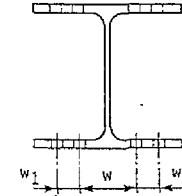
## **VEDLEGG (Stålkonstruksjoner)**

TABELL 1.2 VARMVALSEDE HE-A - BJELKER



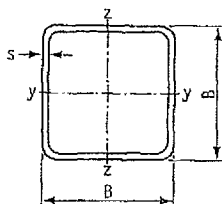
Dimensjoner etter NS-EN 10 034  
Materiale etter NS-EN 10 025

Betegnelse f.eks.: Bjelke NS-EN 10 034 HE 360 A  
Stål NS-EN 10 025 .....



HE-A	Dimensjoner (mål i mm)					Masse kg/m	A ·10 <sup>-3</sup> mm <sup>2</sup>	y - y			z - z			I <sub>T</sub> ·10 <sup>-3</sup> mm <sup>4</sup>	S <sub>y</sub> ·10 <sup>-3</sup> mm <sup>3</sup>	C <sub>w</sub> ·10 <sup>-9</sup> mm <sup>6</sup>	Hullavstand / hulldiam. (i mm)		
	h	b	s	t	r			I·10 <sup>-6</sup> mm <sup>4</sup>	W·10 <sup>-3</sup> mm <sup>3</sup>	i mm	I·10 <sup>-6</sup> mm <sup>4</sup>	W·10 <sup>-3</sup> mm <sup>3</sup>	i mm				w	w <sub>1</sub>	d
100	96	100	5	8	12	16,7	2,12	3,49	72,8	40,6	1,34	26,8	25,1	52,6	41,5	2,581	56	-	13
120	114	120	5	8	12	19,9	2,53	6,06	106	48,9	2,31	38,5	30,2	60,2	59,7	6,472	66	-	17
140	133	140	5,5	8,5	12	24,7	3,14	10,3	155	57,3	3,89	55,6	35,2	81,6	86,7	15,06	76	-	21
160	152	160	6	9	15	30,4	3,88	16,7	220	65,7	6,16	76,9	39,8	123	123	31,41	86	-	23
180	171	180	6	9,5	15	35,5	4,53	25,1	294	74,5	9,25	103	45,2	149	162	60,21	100	-	25
200	190	200	6,5	10	18	42,3	5,38	36,9	389	82,8	13,4	134	49,8	211	215	108,0	110	-	25
220	210	220	7	11	18	50,5	6,43	54,1	515	91,7	19,5	178	55,1	286	284	193,3	120	-	25
240	230	240	7,5	12	21	60,3	7,68	77,6	675	101	27,7	231	60,0	417	372	328,5	94	35	25
260	250	260	7,5	12,5	24	68,2	8,68	104,5	836	110	36,7	282	65,0	526	460	516,4	100	40	25
280	270	280	8	13	24	76,4	9,73	136,7	1010	119	47,6	340	70,0	624	556	785,4	110	45	25
300	290	300	8,5	14	27	88,3	11,2	182,6	1260	127	63,1	421	74,9	856	692	1200	120	45	28
320	310	300	9	15,5	27	97,6	12,4	229,3	1480	136	69,9	466	74,9	1080	814	1512	120	45	28
340	330	300	9,5	16,5	27	105	13,3	276,9	1680	144	74,4	496	74,6	1280	925	1824	120	45	28
360	350	300	10	17,5	27	112	14,3	330,9	1890	152	78,9	526	74,3	1490	1040	2177	120	45	28
400	390	300	11	19	27	125	15,9	450,7	2310	168	85,6	571	73,4	1900	1280	2942	120	45	28
450	440	300	11,5	21	27	140	17,8	637,2	2900	189	94,7	631	72,9	2450	1610	4148	120	45	28
500	490	300	12	23	27	155	19,8	869,7	3550	210	103,7	691	72,4	3100	1970	5643	120	45	28
550	540	300	12,5	24	27	166	21,2	1119	4150	230	108,2	721	71,5	3530	2310	7189	120	45	28
600	590	300	13	25	27	178	22,6	1412	4790	250	112,7	751	70,5	3990	2680	8978	120	45	28
650	640	300	13,5	26	27	190	24,2	1752	5470	269	117,2	782	69,7	4500	3070	11027	120	45	28
700	690	300	14,5	27	27	204	26,0	2153	6240	288	121,8	812	68,4	5150	3520	13352	120	45	28
800	790	300	15	28	30	224	28,6	3034	7680	326	126,4	843	66,5	5990	4350	18290	130	40	28
900	890	300	16	30	30	252	32,0	4221	9480	363	135,5	903	65,0	7390	5410	24962	130	40	28
1000	990	300	16,5	31	30	272	34,7	5538	11190	400	140,0	934	63,5	8250	6410	32074	130	40	28

TABELL 1.4 VARMFORMEDE KVADRATISKE HULPROFIL



Dimensjoner etter NS-EN 10 210-2  
Materiale etter NS-EN 10 210-1

Betegnelse f.eks.: HFRHS-NS-EN 10 210 S 355 JOH 80 x 80 x4

Dimensjoner		Masse kg/m	A ·10 <sup>3</sup> mm <sup>2</sup>	I ·10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup>	W ·10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup>	i mm	W <sub>p</sub> ·10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup>	I <sub>T</sub> ·10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup>
B mm	s mm							
40	2,6	3,03	0,386	0,0894	4,47	15,2	5,39	0,140
	3,2	3,66	0,466	0,104	5,22	15,0	6,40	0,165
	4,0	4,46	0,568	0,121	6,07	14,6	7,61	0,195
50	3,2	4,66	0,594	0,216	8,62	19,1	10,4	0,338
	4,0	5,72	0,728	0,255	10,2	18,7	12,5	0,404
	5,0	6,97	0,888	0,296	11,9	18,3	14,9	0,476
60	3,2	5,67	0,722	0,387	12,9	23,1	15,3	0,601
	4,0	6,97	0,888	0,461	15,4	22,8	18,6	0,724
	5,0	8,54	1,09	0,544	18,1	22,4	22,3	0,863
80	3,6	8,59	1,09	1,06	26,5	31,1	31,3	1,64
	4,0	9,48	1,21	1,16	29,0	31,0	34,3	1,80
	5,0	11,7	1,49	1,39	34,7	30,5	41,7	2,17
	6,3	14,4	1,84	1,65	41,3	30,0	50,5	2,61
100	4,0	12,0	1,53	2,34	46,8	39,1	54,9	3,61
	5,0	14,8	1,89	2,83	56,6	38,7	67,1	4,39
	6,3	18,4	2,34	3,41	68,2	38,1	82,0	5,33
	8,0	22,9	2,91	4,08	81,5	37,4	99,9	6,46
	10,0	27,9	3,55	4,74	94,9	36,5	119	7,61
120	5,0	18,0	2,29	5,03	83,8	46,9	98,4	7,75
	6,3	22,3	2,85	6,10	102	46,3	121	9,49
	8,0	27,9	3,55	7,38	123	45,6	149	11,6
	10,0	34,2	4,35	8,70	145	44,7	173	13,8
140	5,0	20,9	2,66	8,01	114	54,9	134	12,5
	6,3	26,0	3,31	9,74	139	54,2	165	15,5
	8,0	32,4	4,13	11,8	168	53,4	202	19,0
150	5	22,5	2,86	9,94	133	58,9	155	15,6
	6,3	28,0	3,56	12,1	162	58,3	191	19,2
	8	34,9	4,45	14,7	196	57,5	234	23,6
160	6,3	29,9	3,80	14,9	186	62,4	218	23,4
	8,0	37,4	4,70	18,1	226	61,6	269	28,9
	10,0	45,7	5,85	21,5	269	60,6	325	34,9
180	6,3	33,9	4,32	21,5	239	70,6	280	33,8
	8,0	42,5	5,41	26,3	293	69,8	346	41,8
	10,0	52,2	6,65	31,5	350	68,8	419	50,7
200	6,3	37,8	4,82	29,9	299	78,8	348	46,7
	8,0	47,5	6,05	36,8	368	78,0	432	58,1
	10,0	58,5	7,45	44,2	442	77,0	526	70,6
250	6,3	47,7	6,08	59,8	479	99,2	554	92,7
	8,0	60,0	7,65	74,0	592	98,4	690	116
	10,0	74,2	9,45	89,7	718	97,4	845	142
300	10,0	89,9	11,4	159	1061	118	1238	249

Merk: Dimensjonene for kaldformede hulprofil avviker fra dimensjonene gitt i denne tabellen

TABELL 4.1 SYSTEMDEFINISJON AV ELASTISK INNSPENDE STAVER

Basissystemer:

System nr.

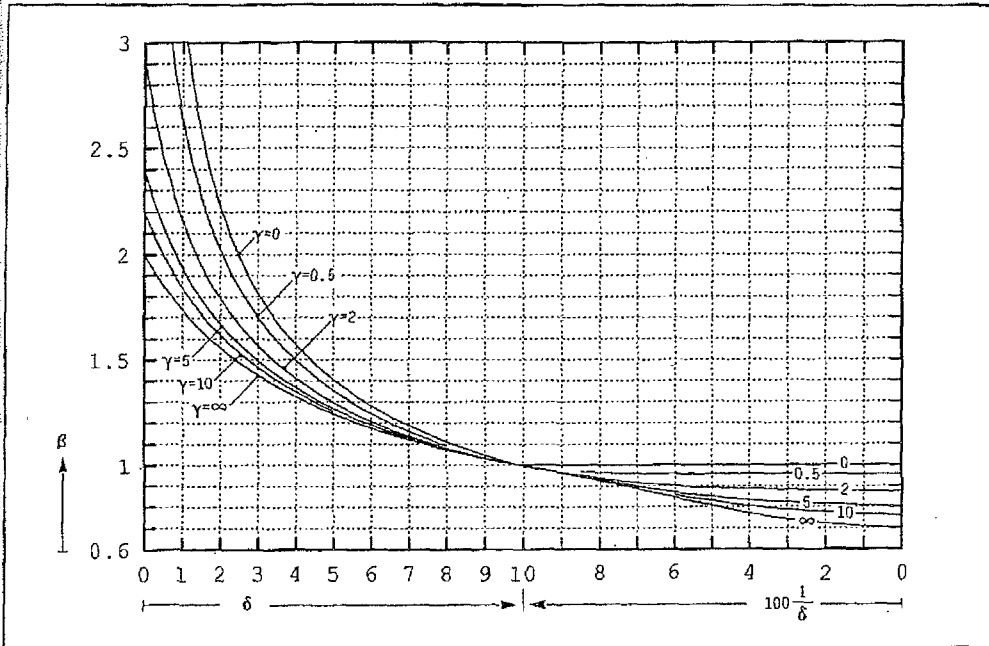
Dimensjonsløse parametre:  $\delta = \frac{k_x L_s^3}{EI_s}$        $\gamma = \frac{k_\phi L_s}{EI_s}$

(For  $k_\phi$  og  $\gamma$ : Indeks a og b indikerer stavenden)

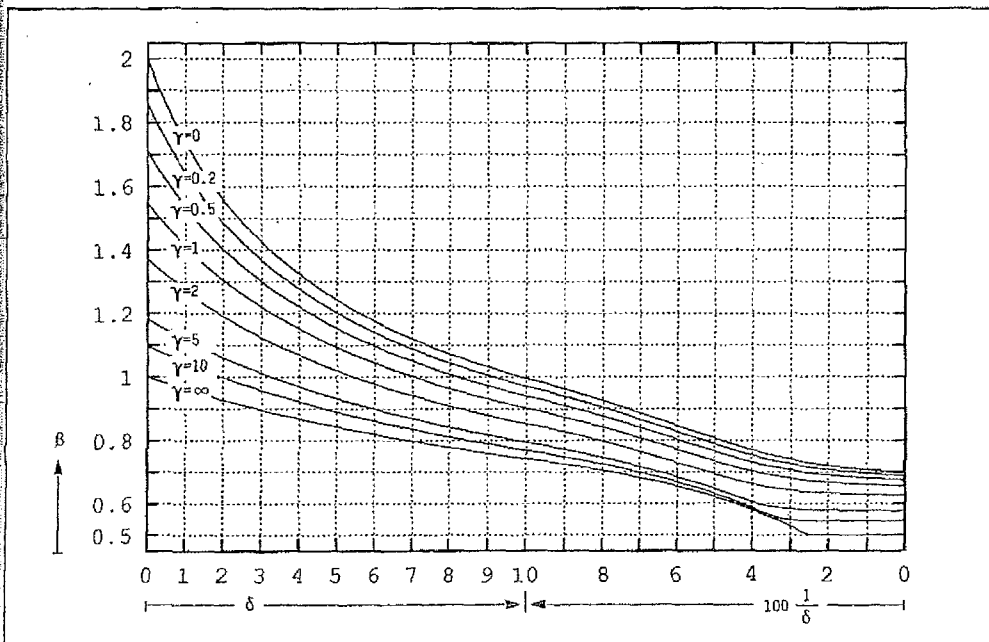
Elastisk knekklast (Eulerlast):  $N_E = \frac{\pi^2 EI_s}{L_k^2} = \frac{\pi^2 EI_s}{(\beta L_s)^2}$

 $k_\phi = \frac{3 EI_b}{L_b}$	 $k_\phi = \frac{6 EI_b}{L_b}$	 $k_x = \frac{3 EI_b}{L_b^3}$
 $k_\phi = \frac{2 EI}{L_b}$	 $k_\phi = \frac{4 EI}{L_b}$	 $k_\phi = \frac{GI_T}{L_b}$

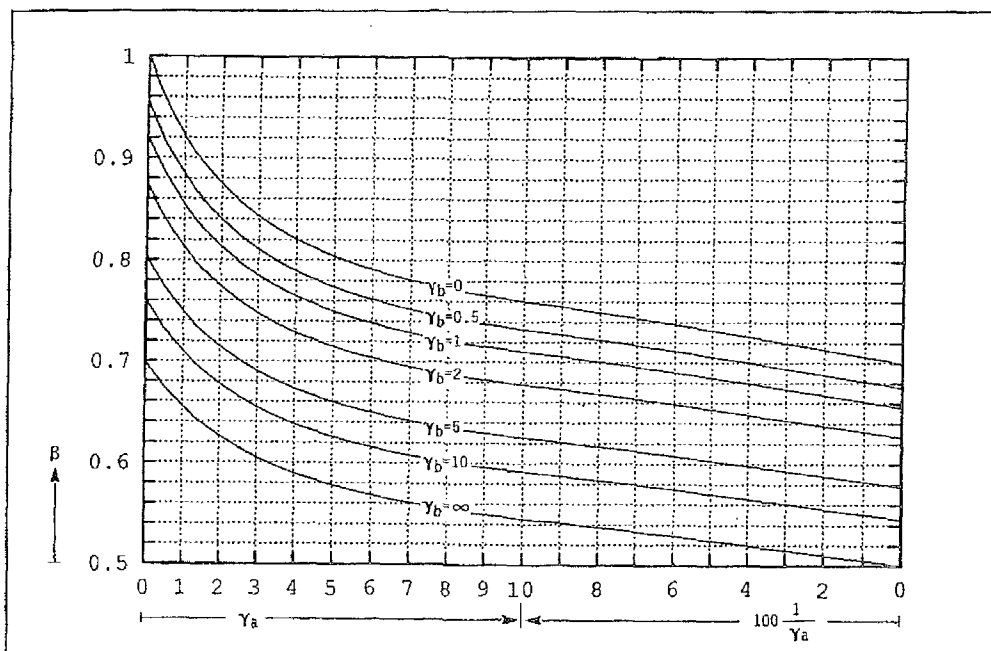
TABELL 4.2 STAVSYSTEM I OG III



TABELL 4.3 STAVSYSTEM II



TABELL 4.4 STAVSYSTEM IV



TABELL 4.5 STAVSYSTEM V

