Finansteori (SFB30820), Høsten 2023

Emnekode: SFB30820

Eksamensdato: 13.12.2023

Tidspunkt: 09:00 (4-timer)

Målform: Bokmål

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Kursansvarlig: Jørn I. Halvorsen (41611857)

Generell informasjon: Eksamen består av fem oppgaver. Det er mulig å svare fullstendig på alle spørsmålene gjennom forholdsvise korte og poengterte svar. Formelsamling er vedlagt som appendiks. For kalkulatorutregninger bør man benytte *fire* desimaler for prosent og andeler, men for beløp i kroner tilstrekkelig med *to* desimaler .

Oppgave 1: Generell forståelse (25 prosent)

1. Forklar tilknyttet en bedrift hva som utgjør hovedforskjellen mellom et finansierings- og investeringsprosjekt?
   Et investeringsprosjekt viser bedriftens bruker av penger for å skaffe seg eiendeler i form av anlegg- og omløpsmidler (regnskaps balansens venstreside). Et finansieringprosjekt viser bedriftens anskaffelse av penger i form av gjeld og egenkapital (regnskapsbalansens høyreside). Tegnfølgen i kontantstrømmen er typisk (-,+,+,…+) for et investeringsprosjekt, mens (-,+,+,…+) for et finansieringsprosjekt.

2. Hva forteller det oss om risikoen til et prosjekt dersom vi kan fastsette at β (betaverdien) til prosjektet er (i) lik null, (ii) mellom 0 og 1 og (iii) større enn en?
   Betaverdien er et mål som angir den systematiske eller relevante risikoen til et prosjekt, og kan forstås som forholdet mellom aksjens eller prosjektets risiko i forhold til markedsporteføljen gitt ved $\beta_j = \frac{Kov(r_j,r_m)}{Var(r_m)}$ Er $\beta_j = 0$ Risikofri aksje (null systematisk risiko, man kan innehold usystematisk risiko), $\beta_j < 1$ mindre følsom enn markedsporteføljen, $\beta_j < 1$ mindre følsom enn markedsporteføljen
3. Kapitalverdimodellen sier at alle investorer vil ha samme aksjeportefølje som er lik den verdiveide markedsporteføljen. Hvilken faktor tror du i virkeligheten kan føre til at investorer velger aksjeporteføljer på en annen måte?
   I KVM antar man at kapitalmarkedet er effisient (all viktig informasjon er tatt i betraktning i aksjekursene). Men i virkeligheten mener en del investorer at de har bedre informasjon enn markedet, og derfor prøver de å oppnå bedre avkastning ved å ha en annen aksjeportefølje enn markedsporteføljen.

4. Hva forteller aksjeloven oss om nåværende aksjonærers rettigheter ved en aksjemisjon, og hvordan blir denne rettigheten satt i verks i praksis?
   Emisjon med forkjøpsrett for gamle aksjonærer er hjemlet i aksjeloven. Forkjøpsretten sikres ved at selskapet utsteder tegningsrettigheter (rights) til alle som er i aksjonærregisteret

5. Beskriv to imperfeksjoner, der den ene, når den ses isolert, bidrar til å øke selskapets verdi ved å øke gjeldsgraden, mens den andre fører til en nedgang.
   Økt verdi:
   - **Skatt**
   - **Emisjonskostnader**
   - **Vekst kontra kontroll**
   - **Asymmetrisk informasjon**
   - **Interessekonflikt mellom eierne og ledelsen**

   Redusert verdi:
   - **Interessekonflikt mellom eierne og kreditorene**
   - **Finansielle krisekostnader**
6. Beskriv et eksempel der dividendepolitikken kan bidra til å øke eierens verdi.
   - **Likviditet: Være med på å sikre eierens likviditetsbehov**
   - **Reduerse agentkostnader: Dette fordi ledelsen ved økt dividende gis mindre tilgang til bedriftens frie kontantstrøm**
7. Gi et eksempel som illustrerer hvordan fleksibilitet i forbindelse for et investeringsprosjekt med opsjonsmuligheter kan bidra til å øke den forventede nåverdien til prosjektet.
   Vise her til realinvsteringsprosjekt som innehar opsjonstrekk, dvs. vil dreie seg om en rett, uten samtidig en plikt, til å gjennomføre en realinvestering fram i tid. Her vil verdien av denne rettigheten bli bestemt av de samme faktorene som gir en opsjon en verdi (dagens aksjekurs,

innløsningskursen tilsvarer investeringene som trengs for å produsere prosjektets innbetalinger, standardavviket til kontantstrømmen som gir opsjonens verdi, tid til forfall (lang tid for realopsjoner), risikofri rente).

Oppgave 2: Porteføljeteori (20 prosent)

Du er nå porteføljeanalytiker hos Portefølje-ABC AS. På første dagen på jobben blir du presentert for en scenarioanalyse for tre børsnoterte selskaper

Selskap	Tilstand 1	Tilstand 2
A	0.25	-0.10
B	0.03	0.08
C	0.15	0.03

I tillegg er du blitt gitt følgende tabell om kovariansen (samvariasjonen) mellom de tre selskapene

	A	B	C
A	0.0306	-0.0044	0.0105
B	-0.0044	0.0006	-0.0015
C	0.0105	-0.0015	0.0036

Vi antar at sannsynligheten for tilstand 1 er lik 0.5, mens sannsynligheten for tilstand 2 er lik 0.5.

a. Først blir du bedt om å vise ved utregning forventet avkastning, varians og standardavvik for hvert enkelt av de tre selskapene
Forventet avkastning:
$E(r_A) = 0.5 \cdot 0.25 + 0.5 \cdot -0.1 = 0.075$, $E(r_B) = 0.5 \cdot 0.03 + 0.5 \cdot 0.08 = 0.055$,
$E(r_C) = 0.5 \cdot 0.15 + 0.5 \cdot 0.03 = 0.09$,
Varians:
$Var(r_A) = 0.5(0.25 - 0.075)^2 + 0.5(-0.1 - 0.075)^2 = 0.0306$,
$Var(r_B) = 0.5(0.03 - 0.055)^2 + 0.5(0.08 - 0.055)^2 = 0.0006$,
$Var(r_C) = 0.5(0.15 - 0.09)^2 + 0.5(0.03 - 0.09)^2 = 0.0036$
Standardavvik:
$Std(r_A) = \sqrt{0.0306} = 0.175$, $Std(r_B) = \sqrt{0.0006} = 0.025$, $Std(r_C) = \sqrt{0.0036} = 0.06$

b. I porteføljen *To selskaper* blir bedt om å investere like stor andel i selskapene A, B. Hva blir den forventede avkastningen, variansen og standardavviket for porteføljen.
Forventet avkastning:
$E(r_{p,2}) = 0.5 \cdot 0.075 + 0.5 \cdot 0.055 = 0.065$
Varians:
$Kov(r_A, r_B) = -0.0044$
$Var(r_{p,2}) = 0.5^2 \cdot 0.0306 + 0.5^2 \cdot 0.0006 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot -0.0044 = 0.0056$
$Std(r_{p,2}) = \sqrt{0.0056} = 0.075$

c. I porteføljen *Tre selskaper* blir bedt om å investere like stor andel i selskapene A, B og C. Hva blir den forventede avkastningen, variansen og standardavviket for porteføljen.
Forventet avkastning:
$E(r_{p,3}) = 0.3333 \cdot 0.075 + 0.3333 \cdot 0.055 + 0.3333 \cdot 0.09 = 0.0733$
Varians:
$Kov(r_A, r_B) = -0.0044$
$Kov(r_A, r_C) = 0.0105$
$Kov(r_B, r_C) = -0.0015$
$Var(r_{p,3}) = 0.3333^2 \cdot 0.0306 + 0.3333^2 \cdot 0.0006 + 0.3333^2 \cdot 0.0036 +$

$2 \cdot 0.3333 \cdot 0.3333 \cdot -0.0044 + 2 \cdot 0.3333 \cdot 0.3333 \cdot 0.0105 + 2 \cdot 0.3333 \cdot 0.3333 \cdot -0.0015 = 0.0049$
$Std(r_{p,3}) = \sqrt{0.0049} = 0.07$

d. Ledelsen spør om det er en god idé å legge til flere børsnoterte selskaper i porteføljen, i tillegg til de tre som allerede er der, og om vi bør som før investere like mye i hvert selskap. Hvilket svar vil du gi til disse to spørsmålene?
Du kan fortelle de at uttrykket for porteføljvariansen med N-objekter kan dekomponeres til å bestå av en komponent for Systematisk risiko og en annen komponent for usystemtisk risiko. Når antallet objekter øker vil risikoen reduseres fordi bidraget fra den usystematiske komponenten vil gå ned. Videre kan du fortelle de at i følge kapitalverdimodellen vil i en effisient portefølje vektene ikke være like men måtte bestå av verdiveide vekter (markedsverdi i forhold til markedsverdi på børs).

Oppgave 3: Kaptialverdimodellen (20 prosent)

Mindware Technologies er et selskap innenfor kunstig intelligens. Aksjens beta, basert på to år med data, estimert slik at $\beta_E = 3.25$, mens gjeldsbetaen er beregnet slik at $\beta_G = 0.25$. Den nominelle risikofrie renten er på 4 prosent, mens meravkstningen i markedet forventes å være 16 prosent og selskapets skattesats er lik 20 prosent.

Totalt sett har Mindware Technologies 600 aksjer utestående hvor dagens markedspris er lik 300. Det gir en markedsverdi på egenkapital som blir $= 600 \cdot 300 =$ 180000

Fra årsapporten har vi videre at:

FINANSIERING	BELØP
Innskutt egenkapital	106600
Opptjent egenkapital	287900
Minoritetsinteresser	16000
Gjeld	321200
Totalt	731700

1. Beregne vektene (markedsverdi) for egenkapital og gjeld.
$w_g = \frac{321200}{321200+180000} = 0.6409$
$w_e = \frac{180000}{321200+180000} = 0.3591$

2. Finn kapitalkostnaden tilhørende egenkapitalen.
$k_e = 0.04 + 3.25 \cdot (0.16 - 0.04) = 0.43$

3. Finn kapitalkostnaden tilhørende gjelden.
$k_g = 0.04 + 0.25 \cdot (0.16 - 0.04) = 0.07$

4. Basert på opplysningene ovenfor, beregn totalkapitalkostnaden for selskapet.
$k_t = 0.3591 \cdot 0.43 + 0.6409(1 - 0.2)0.07 = 0.1903$

5. Nevn to typer av finansieringsrisiko som eieren av dette selskapet er utsatt for, og forklar videre hvilken av de to som kan knyttes til verdien på gjeldsbeta.
Gjeldsgrad (G/E) er et uttrykk for hvor mye gjeld et selskap har i forhold til egenkapitalen. Når gjeldsgraden øker, øker også risikoen på to måter. For det første øker de faste kostnadene på grunn av høyere rentekostnader. For det andre øker risikoen for konkurs. Av de to faktorene vil konkursrisikoen være reflekter i verdien på gjeldsbetaen.

Oppgave 4: Null-kupong obligasjoner og terminrenter (15 prosent)

Rentens terminstruktur

Vi har blitt gitt følgende opplysninger fra markedet om null-kupong-obligasjoner 1,2 og 3 år fram i tid.

Forfall	Markedsverdi	Effektive rente	Pålyende
2024	241	?	250
2025	235	?	250
2026	222	?	250

Fra læreboka har vi at termin-/forwardrenten for periode t er bestemt ved

$$_{t-1}f_t = \frac{(1 +_0 r_t)^t}{(1 +_0 r_{t-1})^{t-1}} - 1$$

1. Hva forteller dette uttrykket oss, og hvilken sentral forutsetning ligger til grunn for at dette uttrykket holder ved likhet?
   Uttrykket avdekker sammenhengen mellom dagens renter (spotrenter) og forventede framtidige renter (terminrenter/forwardrenter). For at denne sammenhengen skal være gyldig, må vi ha som utgangspunkt at en investor er *indifferent* mellom to alternative lån med samme sluttverdi.

2. Basert på opplysningene i tabellen, beregn terminrenten (forwardrenten) for 1, 2 og 3 år framover i tid.
   De effektive rentene er gitt ved

$$r_{01} = (\frac{250}{241})^1 = 1.0373$$

$$r_{02} = (\frac{250}{235})^2 = 1.0314$$

$$r_{03} = (\frac{250}{222})^3 = 1.0404$$

Som gir oss:
Terminrente periode 1

$$_0f_1 = (1 + 1.0373) - 1 = 0.0373$$

Terminrente periode 2

$$_1f_2 = \frac{(1 + 1.0314)^2}{(1 + 1.0373)^1} - 1 = 0.0255$$

Terminrente periode 3

$$_2f_3 = \frac{(1 + 1.0404)^3}{(1 + 1.0314)^2} - 1 = 0.0586$$

Oppgave 5: Opsjoner (20 prosent)

Intuisjon

a. Vis ved en figur og forklar innholdet i følgende uttrykk knyttet til kontantstrøm ved forfall (t = T) for en kjøps- og salgsopsjon:

$$K_T = \max[0, (A_T - I)]$$

$$S_T = \max[0, (I - A_T)]$$

For en kjøpsopsjon (salgsopsjon) blir opsjonen innløst hvis aksjekursen på innløsningstidspunktet er høyere (lavere) enn innløsningskursen. Konkret betyr dette at når du innløser kjøpsopsjonen, får du aksjer som du kan selge med for tjeneste i markedet. På den annen side, for en salgsopsjon, får du fortjeneste når du innløser opsjonen ved å selge aksjen til en høyere pris enn markedsprisen.

b. Vis ved en figur at to parvise kombinasjoner bestående av aksjer, obligasjoner, og kjøps- og salgsopsjoner vil gi samme kontantsrøm på innløsningstidspunktet.
Man kan gjør dette ved å sette sammen et par bestående av en aksje og salgsopsjon, mens et annet par bestående av en obligasjon og kjøpsopsjon. Det gir oss: $A_T + S_T = B_T + K_T$

c. Hva skjer med verdien til en kjøps- og salgsopsjon tilknyttet en aksje dersom både tiden til forfall og usikkerheten øker?
Begge faktorene vil utvide mulighetene for aksjen (både opp og ned), noe som øker potensialet for større fortjeneste ved innløsningstidspunktet. Et effisient marked vil prise dette inn i dag, noe om gør at verdien både til kjøps- og salgsopsjoner øke.

Opsjonsmodeller

Binomisk vs. Black-Scholes-modellen

1. Av de fem faktorene som bestemmer verdien til en opsjon før forfall, hvilke to faktorer er inkludert i Black-Scholes-modellen, men ikke i den binomiske opsjonsprismodellen?
I Black-Scholes operer vi med kontinuerlig (ikke binær) tid før forfalltidspunktet. Videre er usikkerhet tilknyttet aksjekursvingingene hensyntatt gjennom verdien tilhørende parameteren σ.

Black-Scholes-modellen

Vi ønsker å bestemme kjøpsverdien til en opsjon. Vi har at risikofri rente er lik 4 prosent, 182.5 dager (ca. halvveis) til forfall, og at $A_0 = 168$ mens $I = 170$.

For kjøpsverdien til en opsjon er det ved bruk av programvare beregnet at

- $N(d_1 = 0.05) = 0.5199$
- $N(d_2 = 0.02) = 0.508$
- $e^{0.02} = 1.0202$

1. Vis ved bruk av Black-Scholes-modellen hva som er opsjonens kjøpsverdi?
$K_0 = 168 \cdot 0.5199 - 170 \cdot 0.508/1.0202 = 2.7034$
2. Hva blir opsjonens sikringsforhold?
Den er gitt ved:

$$m = \frac{1}{0.5199} = 1.9233$$

3. Basert på opplysningene nå har til nå, forklar og vis hvorfor det er mulig å finne verdien til en tilhørende salgsopsjon.
   Ved kan gjøre dette ved å benytte antagelsen om salg-kjøp-paritet (SKP). Den er gitt som:

   $$2.7034 - S_0 = 168 - 170/1.0202$$

   Løser vi dette for S_0, finner vi at verdien på salgsopsjonen er gitt ved

   $$S_0 = -168 + 170/1.0202 + 2.7034 = 1.3372$$

Appendiks: Formelsamling

Nåverdiberegninger med og uten usikkerhet

Uten usikkerhet

Nåverdikriteriet

$$NV = \sum_{t=0}^{T} \frac{X_t}{(1+k)^t} = X_0 + \frac{X_1}{(1+k)^1} + \frac{X_2}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{X_T}{(1+k)^T}$$

Med usikkerhet/risiko

Risikojustert-rente-metoden (RJ-metoden)

$$NV = \sum_{t=0}^{T} \frac{E(X_t)}{(1+k)^t} = E(X_0) + \frac{E(X_1)}{(1+k)^1} + \frac{E(X_2)}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{E(X_T)}{(1+k)^T}$$

$$\text{k} = \text{risikofri rente} + \text{risikopremie}$$

Forventet kontantstrøm

$$E(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

Porteføljeavkastning

Selve porteføljeavkastningen (rp) uten skatt er gitt ved

$r_p = \frac{P_T + Div_{0,T} - P_0}{P_0}$

Metode 1: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

Metode 2: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(X_i) = w_1 E(X_1) + w_2 E(X_2) + \ldots + w_N E(X_N)$$

Måling av risiko

Metode 1 for måling av risiko (1-n investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[X(s) - E(X)]^2 =$$
$$Pr(1)[X(1) - E(X)]^2 + Pr(2)[X(2) - E(X)]^2 + \ldots +$$
$$Pr(S)[X(S) - E(X)]^2$$

- Standardavvik

$$Std(X) = \sqrt{Var(X)}$$

Metode 2 for måling av risiko (2 investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Kov(r_1, r_2)$$

Hvor samvariasjonen er gitt ved

$$Kov(r_1, r_2) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[r_1(s) - E(r_1)][r_2(s) - E(r_2)]$$
$$Pr(1)[r_1(1) - E(r_1)][r_2(1) - E(r_2)] +$$
$$Pr(2)[r_1(2) - E(r_1)][r_2(2) - E(r_2)] + \ldots +$$
$$Pr(S)[r_1(S) - E(r_1)][r_2(S) - E(r_2)]$$

- Standardavviket

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(r_p)}$$

Korrelasjonskoeffisienten (standardisert mål på samvariasjon)

$$Korr(r_a, r_b) = \frac{Kov(r_a, r_b)}{Std(r_a)Std(r_b)}$$

- $Korr(r_a, r_b) = 1$ (fullstendig avhengige)
- $Korr(r_a, r_b) = 0$ (uavhengige)
- $Korr(r_a, r_b) = -1$ (fullstendig motsatt avhengige)

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Korr(r_a, r_b) Std(r_a) Std(r_b)$$

Måling av risiko (portefølje fra 3 til n fonds)

Metode 2 for måling av risiko (3 investeringsobjekter)

Porteføljens varians er gitt ved

$$Var(r_p) = w_a^2 Var(r_a) + w_b^2 Var(r_b) + w_c^2 Var(r_c) +$$
$$2w_a w_b Std(a) Std(b) Korr(a,b) +$$
$$2w_a w_c Std(a) Std(c) Korr(a,c) +$$
$$2w_b w_c Std(b) Std(c) Korr(b,c)$$

Mens standardavviket (som tidligere) framkommer som

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(rp)}$$

Metode 2 for måling av risiko (generell metode med n investeringsobjekter)

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(r_i) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + \ldots + w_N E(r_N)$$

$$Var(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 Var(r_i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j Kov(i,j) =$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i^2 Var(r_i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j Std(i) Std(j) Korr(i,j)$$

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(rp)}$$

Betaverdien til en aksje eller et prosjekt

$$\beta_j = \frac{Kov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$$

$$\beta_j = \frac{Korr(r_j, r_m) Std(r_j)}{Std(r_m)}$$

Utledning av kapitalmarkedslinjen (n=2, kombinasjon av risikofri investering og markedsporteføljen M

$$E(r_p) = w r_f + (1-w) E(r_m)$$

$$Var(r_p) = (1-w)^2 Var(r_m)$$

$$Std(r_p) = (1-w) Std(r_m)$$

Kapitalkostnad for egenkapital og gjeld

- Kapitalkostnad for egenkapital

$$k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$$

- Kapitalkostnad for gjeld

$$k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$$

- Totalkapitalkostnaden (gjennomsnittskostnaden) for egenkapital og gjeld

$$k_T = k_E \underbrace{\frac{E}{E+G}}_{=w_E} + k_G(1-s)\underbrace{\frac{G}{E+G}}_{=w_G}$$

$$k_T = k_E w_E + k_G(1-s)w_G$$

$$w_E = \frac{E}{E+G}$$
$$w_G = \frac{G}{E+G}$$

Beregning av obligasjonspris

- Ordinær obligasjon (dvs. med periodevise utbetalinger)

$$P_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^t} + \frac{M}{(1+r/n)^T} =$$
$$\frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^1} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^2} + \ldots + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^T} + \frac{M}{(1+r/n)^T}$$

- Null-kupong obligasjoner (dvs. uten periodevise utbetalinger)

$$P_0 = \frac{M}{(1+r)^T}$$

Forventningshypotesen

Som forteller oss at termin-/forwardrenten for periode t er bestemt ved

$$_{t-1}f_t = \frac{(1 +_0 r_t)^t}{(1 +_0 r_{t-1})^{t-1}} - 1$$

- **Beregning av inflasjonsforventningene**

$$_{t-1}f_t^R = \frac{_{t-1}f_t^N -_{t-1} j_t}{1 +_{t-i} j_t}$$

Tegningsrettigheter

- **Beregning av tegningsrettigheter:**

Rights-on-kursen (P_0) og emisjonskursen (P_e)

$$P_x = \frac{n}{n+m}P_0 + \frac{m}{n+m}P_e = \frac{nP_0 + mP_e}{n+m}$$

$$T_n = \left(\frac{nP_0 + mP_e}{n+m} - P_e\right)\frac{1}{1/N} = \frac{P_o - P_e}{N+1}$$

Gjeldsgrad og risiko

1. Gjeldsandel: (mellom 0 og 1)

$$G/(G+E)$$

2. Gjeldsgrad (mellom 0 og ∞)

$$G/E$$

Formelt (uten skatt, men med konkursrisiko)

- Systematisk investeringsrisiko

$$\beta_I = w_E\beta_E + w_G\beta_G$$

Hvor $w_E = \frac{E}{E+G}$ og $w_G = \frac{G}{E+G}$.

$$\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(\frac{G}{E})$$

- Uten konkursrisiko ($\beta_G = 0$)

$$\beta_E = \beta_I(1 + \frac{G}{E})$$

Miller & Modigliani (M&M)

$$k_G = \frac{r \cdot PG}{G}$$

$$k_E = \frac{E(OER)}{E}$$

$$k_T = \frac{E(OFR)}{V}$$

- **M&M-1:**

$$V = \frac{E(OFR)}{k_T} = \frac{E(OFR)}{k_U}$$

- **M&M-2:**

$$k_E = k_T + (k_T - k_G)\frac{G}{E} = k_U + (k_U - k_G)\frac{G}{E}$$

Ettledsbeskatning

Selskapsskatt og kontantstrøm

$$KE + KK = O + rPG$$
$$KE + KK = (OFRS - rPG)(1-s) + rPG$$
$$KE + KK = (OFRS)(1-s) + rPGs$$

Selskapsskatt og verdi

$$KE + KK = OFRS(1-s) + rPGs$$

$$V_U = \frac{E(OFRS)(1-s)}{k_U}$$

$$V(\text{Renteskattegevinst}) = \frac{srPG}{r} = sPG$$

$$\begin{aligned} V_M &= V_U + V(\text{Renteskattegevinst}) \\ &= V_U + sPG \\ &= \frac{E(OFRS)(1-s)}{k_U} + sPG \end{aligned}$$

Miller og Modigliani med skatt

- **M&MSkatt-1**

$$\begin{aligned} V_M &= V_U + V(\text{Renteskattegevinst}) \\ &= \frac{(OFRS)(1-s)}{k_U} + PGs \\ &= V_u + PGs \end{aligned}$$

- **M&MSkatt-2**

$$k_E = k_U + (k_U - k_G)(1-s)\frac{G}{E}$$

Toleddsbeskatning

$$n^* = (1 - s_K) - (1 - s_S)(1 - s_E)$$

Kapitalverdimodellen med beskatning

Ingen skatt

1. $k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$
2. $k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)\frac{G}{E}$

Ettledsskatt

1. $k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$
2. $k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G(1-s)$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(1-s)\frac{G}{E}$

Toleddsskatt med Miller-likevekt

1. $k_E = r_f(1-s) + \beta_E[E(r_m) - r_f(1-s)]$
2. $k_G = r_f(1-s) + \beta_G[E(r_m) - r_f(1-s)]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G(1-s)$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(1-s)\frac{G}{E}$

Lintner-modellen

$$DPA_t = DPA_{t-1} + a[b(OPA_t) - DPA_{t-1}]$$

Hvor både a (justeringsfaktor) og b (målsatt utdelingsforhold) kan variere mellom 0 og 1.

Opsjonens kontantstrøm ved forfall (t=T)

Kjøpsopsjon

$$K_T = \max[0, (A_T - I)]$$

Salgsopsjon

$$S_T = \max[0, (I - A_T)]$$

Opsjon, aksje og risikofritt prosjekt

Aksjer, obligasjoner, og kjøps- og salgsopsjoner kan kombineres parvis slik at den blir gitt den samme kontantstrømmen på innløsningstidspunktet.

$$A_T + S_T = B_T + K_T$$

Salg-kjøp-paritet (SKP)

- Diskret tid

Vi har at investeringsutlegget på $t = 0$ er en kjøp av en aksje, kjøp av salgsopsjon, og salg av en kjøpsopsjon. Dette må tilsvare den neddiskonterte verdien av den risikofrie kontantstrømmen ved forfall

$$A_0 + S_0 - K_0 = \frac{I}{1 + r_f}$$

Omskrevet gir dette oss salg-kjøp-paritet (SKP)

$$K_0 - S_0 = A_0 - \frac{I}{1 + r_f}$$

- Kontinuerlig forrentning

I opsjonssammenheng er det vanlig å operer med *kontinuerlig tid*. For eks. kan en tre-måneders periode deles inn i uendelige mange underperioder. Den kontinuerlige diskonteringsrenten vil da være gitt ved $e^{-i_f \cdot T}$

$$K_0 - S_0 = A_0 - Ie^{-i_f \cdot T}$$

Bestemmelse av sikringsverdi før forfall

$$\theta A_0 - mK_\theta = nA_0 - mK_n$$

Løser vi denne for m får vi *sikringsforholdet* (det antall kjøpsopsjoner som må skrives/selges pr. aksje for at porteføljen av aksjer og opsjoner skal være risikofri:

$$m = \frac{A_0(\theta - n)}{K_\theta - K_n}$$

Bestemmelse av opsjonsverdi før forfall

$$K_0 = \frac{1}{1 + r_f}[qK_\theta + (1 - q)K_n]$$

Hvor de to *sikringssannsynlighetene* (risikojusert sannsynligheter) for q og $1 - q$ er definert som

$$q = \frac{1 + r_f - n}{\theta - n} \text{ og } (1 - q) = \frac{\theta - 1 - r_f}{\theta - n}$$

Black-Scholes-modellen

$$K_0 = A_0 N(d_1) - Ie^{-i_f T} N(d_2)$$

- $N(d_1)$ har tolkning som antall kroner opsjonsverdien endrer seg med når aksjeprisen endres med en krone
- $N(d_2)$ har tolkning som sannsynligheten for at opsjonen er “in-the-money” ved forfall (dvs. $A_T \geq I$)

Vi har videre at

$$d_1 = \frac{ln(\frac{A_0}{I}) + i_f T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

mens sikringsforholdet er bestemt av $m = \frac{1}{N(d_1)}$