

EKSAMEN

Emnekode: SFB10719	Emnenavn: Matematikk og statistikk
Dato: 3 des.2021	Eksamenstid: 4 timer
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator og vedlagt formelsamling	Faglærere: Janne Strømme
Om eksamensoppgaven og poengberegning: Oppgavesettet består av 4 sider inklusiv denne forside. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare oppgavene. Oppgavesettet består av 7 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares. Hvor mye oppgavene teller ved sensurering er angitt med prosent bak hver oppgave. Om noe er uklart eller mangelfullt i oppgaven – ta eventuelt selv de nødvendige forutsetningene, og skriv disse ned. Utregninger må vises, for å komme med i karaktervurderingen.	
Sensurfrist: Karakterene er tilgjengelige for studenter i Studentweb senest 3 uker og 2 virkedager etter eksamen.	

Oppgave 1 (Fra læringsutbyttet blandede oppgaver) 20%

- a) Løs likningssettet

$$x - 2y = 0$$

$$2x - 3y = 3$$

- b) Løs likningen

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

- c) Deriver funksjonen

$$f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$$

- d) Gjennomfør polynomdivisjonen:

$$(x^3 + 4x^2 + x - 2) : (x + 1)$$

- e) Finn funksjonsuttrykket til den lineære funksjonen som går gjennom punktene:

$$(2, 0) \text{ og } (6, 6)$$

Oppgave 2 (Fra læringsutbyttet funksjoner og funksjonsdrøfting)10%

Bedriftens totale inntekter er gitt ved funksjonen: $i(x) = -0,04x^2 + 16x$

Bedriftens totale kostnader er gitt ved: $k(x) = 0,01x^2 + x + 1000$

- a) Vis at bedriftens profittfunksjon kan skrives som: $\pi(x) = -0,05x^2 + 15x - 1000$
- b) For hvilke verdier av x er profitten positiv?
- c) Hva er bedriftens maksimale profitt og hvor mange enheter selger bedriften for å oppnå denne profitten?

Oppgave 3 (Fra læringsutbyttet funksjoner av flere variabler) 20%

Funksjoner av flere variabler.

Halden møbler versjon 2021 AS selger hyller og bord. La antall hyller være gitt ved x og antall bord ved y. Profittfunksjonen til bedriften er gitt ved: $\pi(x, y) = -2x^2 - 5y^2 - 2xy + 900x + 900y$

- a) Finn de deriverte av 1. og 2.orden til profittfunksjonen.
- b) Finn de stasjonære punktene og klassifiser dem.
- c) Hva er maksimal profitt for bedriften?

I en periode har bedriften begrenset tilgang på arbeidskraft og det eksisterer derfor en begrensning som er gitt ved:

$$2x + 4y = 504$$

- d) Gitt begrensningen, hva er nå optimal profitt for bedriften, og hvor mange hyller og bord selger bedriften for å maksimere profitten under bi-betingelsen?

Oppgave 4 (Fra læringsutbyttet rekker, følger og finansmatematikk)

10%

Et lån på 1.000.000 skal betales ned med like store årlige avdrag etter serielånprinsippet.

Nedbetalingstid: 25 år. Renten er 4% per år.

- Hvor stort er det årlige avdraget og hva er det totale avdraget i løpet av levetiden til lånet?
- Hvor mye betales totalt i renter i løpet av de 25 årene?
- Forutsett i stedet at lånet skal tilbakebetales etter annuitetsprinsippet. Hva er det årlige terminbeløpet og hvor mye betales totalt i renter i løpet av levetiden til lånet?

Oppgave 5 (Fra læringsutbyttet deskriptiv statistikk) 20%

En bokhandel har registrert følgende tall om antall solgte bøker og antall besøk i butikken per år. De årlige tallene er gjengitt i tabellen under. *alle tall i hele tusen.

	2015	2016	2017	2018
Antall besøkende X	18	27	52	36
Antall salg Y	8	40	17	44

- Hva er gjennomsnittlig antall besøkende? Hva er gjennomsnittlig solgte bøker?
- Regn ut varians og standardavvik for antall besøkende og antall solgte varer?
- Hva er kovariansen mellom antall besøkende og antall solgte varer. Regn ut korrelasjonen mellom antall besøkende og antall solgte varer? Er det en sammenheng mellom antall besøkende og antall solgte varer?

Oppgave 6. (Fra læringsutbyttet simultane sannsynlighetsfordelinger) 10%

Nedenfor er oppgitt simultanfordelinga for pris og solgt antall enheter for 2 varer. La X være pris og Y være enheter.

Pris/Enheter	100	200
25	25 %	40 %
45	15 %	20 %

- Finn den marginale sannsynlighetsfordelinga?
- Hva er forventningsverdien $E[X]$ og $E[Y]$?
- Hva er variansen $Var[X]$ og $Var[Y]$?
- Finn korrelasjonen $\rho[X, Y]$.

Oppgave 7 (Fra læringsutbyttet sannsynlighetsregning og betinget sannsynlighet) 10%

En bedrift har 3 fabrikker A, B og C som produserer varer. Tabellen nedenfor viser oversikt over antall produserte varer samt antall defekte varer per år. De defekte varene er inkludert i antall produserte varer.

Fabrikk	Totalt antall produserte enheter	Antall varer med feil (defekte varer)
A	104	4
B	313	2
C	201	5

- Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig varer er produsert i fabrikk A?
- Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig vare er defekt?
- En vare er defekt. Hva er sannsynligheten for at varen kommer fra maskin C?