**Emnekode**: SFB30820

**Eksamensdato**: 24.02.2022

**Tidspunkt**: 09:00 (4-timer)

**Målform**: Bokmål

**Tillatte hjelpemidler**: Godkjent kalkulator

**Kursansvarlig**: Jørn I. Halvorsen (41611857)

**Generell informasjon:** Eksamen består av seks oppgaver. Det er mulig å svare fullstendig på alle spørsmålene gjennom korte og poengterte svar. Formelsamling tilhørende oppgavene er vedlagt som appendiks.

# Oppgave 1: Generell forståelse (20 prosent)

1. Forklar forskjellen mellom uttrykket for risikojustert rente for beregning av nåverdi med uttrykket for uten usikkerhet.
   **Teller inneholder forventet kontantstrøm framfor den sikre kontantstrømmen. Nevner inneholder, i tillegg til den risikofri renten, et ledd som korrigerer for den systematiske risikoen i prosjektet.**

2. Hva menes med hjemmelaget dividendepolitikk?
   **Med hjemmelaget dividendepolitikk forstås at enkeltinvestorer aktivt går inn for å fjerne den uønskede likviditetseffekten av selskapets dividendepolitikk. Synes investoren at selskapets gir ham for liten (stor) kontantbeholdning, kan denne økes (reduseres) ved å selge (kjøpe) noen av aksjene i selskapet.**

3. Hvorfor er hjemmelaget dividendepolitikk vanligvis mer aktuelt for unoterte selskaper fremfor børsnoterte selskaper?
   **For unoterte selskaper, høye transaksjonskostnader noe som gjør at eiernes likviditetsbehov kan være et argument for å endre utbytte.**

4. Hva menes med en arbitrasjemulighet, og hvilken mekanisme i et marked vil sørge for at en slik tilstand ikke vil vedvare over tid?
   **Arbitrasjemulighet: Tilstand hvor en kan oppnå renprofitt i form av en kostnadsfri transaksjon.**
   **Prismekanismen: Endrede priser vil bringe profitten mot null, noe som gjør at denne tilstanden ikke vil vedvare over tid.**

5. Gi noen eksempler på kilder til systematisk og usystematisk risiko.
   **Usystematisk risiko: Ledelsen kompetanse eller helse, Forsinkelser, lokal streik, brann. Overgang til ny teknologi innen en bransje**
   **Systematisk risiko: Konjunkturbevegelser, Pandemi, Krig eller fred**

6. Forklar forskjellen mellom kapitalkostnaden for bedriften og kapitalkostnaden for et enkeltstående prosjekt tilhørende bedriften.
   **Kapitalkostnaden (risikojusert-rente) for det nye prosjektet er den risikopremien som inngår som en sentral komponent i risikojustert-rente-metoden (dvs. nevneren). Skal nåverdibeslutningen bli helt korrekt, er det denne kapitalkostnaden som vi må bruke i bergegningen av nåverdier med usikre kontantstrømmer**

7. Hva er hovedkjennetegn ved ordinære lån vs. obligasjonslån?
   **For obligasjonslån: En investor kjøper en andel av et større lån. Til forskjell fra et banklån, lånetaker må forholde seg mange kreditorer. Investor mottar et verdipapir som gir rett til en forhåndsbestemt kontantstrøm som består av renter (kupong) og tilbakebetalt pålydende**

8. Hva er formålet med risikostyring? Nevn navnet på tre finansielle derivater som kan benyttes til dette formålet.
   **Redusere svingningene i selskapets kontantstrøm.**
   **Futures, forwards og opsjoner.**

# Oppgave 2: Porteføljeteori to selskaper (20 prosent)

For din portefølje har du mulighet til å investere et beløp på 5.000,- i selskap A og B. Avkastningen og sannsynligheten for de to ulike tilstandene selskapene kan havne i er gitt ved følgende tabell

| Tilstand | Sannsynlighet | Avkastning A | Avkastning B |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.1 | -0.03 | 0.08 |
| 2 | 0.9 | 0.08 | 0.04 |

1. Finn forventet avkastning, variansen og standardavviket til hvert enkelt av de to selskapene.
2. Ta utgangspunkt i at 2.500,- av investeringsbeløpet investeres i selskap A, mens det resterende går til selskap B. Finn forventet avkastning, varians og standardavvik til porteføljen av de to selskapene.

1. **Forventet avkastning:**
   $E(X_a) = -0.10 \cdot 0.03 + 0.90 \cdot 0.08 = 0.069$
   $E(X_b) = 0.10 \cdot 0.08 + 0.90 \cdot 0.04 = 0.044$
2. **Varians:**
   $Var(X_a) = 0.10[-0.03 - 0.069]^2 + 0.90[0.08 - 0.069]^2 = 0.001089$
   $Var(X_b) = 0.10[0.08 - 0.044]^2 + 0.90[0.04 - 0.044]^2 = 1.44 \times 10^{-4}$
3. **Standardavvik:**

$Std(X_a) = \sqrt{0.001089} = 0.033$
$Std(X_b) = \sqrt{1.44 \times 10^{-4}} = 0.012$

1. **Vekter:**
   $w_a = 2500/5000 = 0.5 \; w_n = 1 - 0.5 = 0.5$
2. **Forventet avkastning:**
   $E(r_p) = 0.5 \cdot 0.069 + 0.5 \cdot 0.044 = 0.0565$
3. **Varians:**
   **Vi har først at**
   $Kov(r_a, r_b) = 0.10[(-0.03 - 0.069)(0.08 - 0.044)] + 0.90[(0.08 - 0.069)(0.04 - 0.044)] = -3.96 \times 10^{-4}$
   **Som forteller oss at**
   $Var(r_p) = 0.5^2(0.001089) + 0.5^2(1.44 \times 10^{-4}) - 2(0.5)(0.5) - 3.96 \times 10^{-4} = 1.1025 \times 10^{-4}$
4. **Standardavvik:**
   $Std(r_p) = \sqrt{1.1025 \times 10^{-4}} = 0.0105$

# Oppgave 3: OPA og økt gjeldsgrad (10 prosent)

Et selskap tar opp ny gjeld og bruker pengene til å kjøpe tilbake egne aksjer, noe som innebærer en reduksjons i antall aksjonærer. Forutsatt en M&M-verden uten skatt og med usikre investeringsprosjekter. Tilhørende overskudd per aksje (OPA), forklar hva som skjer med:

a. Forventet OPA

**Vil øke fordi OPA vil stige når OER deles på færre aksjonærer.**

b. Usikkerheten til OPA

**Økt usikkerhet (totalrisiko) fordi spredningen til OPA vil øke.**

c. OPA i gode og dårliger tider

**OPA vil gjennomgående bli bedre i gode og reduseres i dårlige tider.**

# Oppgave 4: Statsobligasjoner (15 prosent)

a. En obligasjon med 2 år til forfall har pålydende 2.000,-, kupongrente $r_k = 0.06$ som utbetales n=2 ganger i året og årlige effektiv rente r=0.04. Beregn prisen for en ordinær obligasjon.

$$P_0 = \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^1} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^2} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^3} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^4} + \frac{M}{(1+r/n)^4} =$$
$$\frac{2000 \cdot (0.06/2)}{1+0.04/2} + \frac{2000 \cdot (0.06/2)}{(1+0.04/2)^2} + \frac{2000 \cdot (0.06/2)}{(1+0.04/2)^3} + \frac{2000 \cdot (0.06/2)}{(1+0.04/2)^4} +$$
$$\frac{2000}{(1+0.04/2)^4} = 2076.155$$

b. En null-kupong-obligasjon med 4 år til forfall har pålydende 2.500,- med årlig effektiv rente r=0.025. Beregn prisen for null-kupong rente obligasjonen

**Null-kupong obligasjoner (dvs. uten periodevise utbetalinger)**

$$P_0 = \frac{M}{(1+r)^T} = \frac{2500}{(1+0.025)^4} = 2264.877$$

# Oppgave 5: Lintner-modellen (10 prosent)

Et selskap har et målsatt utdelingsforhold på dividende på 30 prosent. For å unngå ustabile dividender, har man samtidig et ønske om en justeringsfaktor på 60 prosent. Overskudd per aksje (OPA) var i 2021 på 200,-, mens fjorårets dividendeutbetalinger per aksje (DPA) var på 100,- .Vis ved bruk av Lintner-modellen hva som blir den vedtatte dividendeutbetalingene i 2021 og forklar i hvilket år dette beløpet skal bli betalt ut.

$DPA_{2021} = 100 + 0.60[0.30(200) - 100] = 76$
**Utbetales i løpet av første halvår etter regnskapsårets slutt.**

# Oppgave 6: Opsjoner (25 prosent)

## Fortegnsanalyse

Hva er dine a-priori oppfatninger om opsjonsverdien til en kjøps- og salgsopsjon ved en isolert økning i de tre faktorene nedenfor, og har du en ide om hvorfor?

1. Innløsningskurs

**Verdien av kjøpsopsjon avtar med økende innløsningskurs (motsatt for salgsopsjoner). Skyldes redusert sannsynlighet for 'in-the-money'.**

2. Verdi av underliggende aksje

**Verdien av kjøpsopsjon øke med økende aksjekurs (motsatt for salgsopsjoner). Skyldes økt sannsynlighet for 'in-the-money'.**

3. Underliggende eiendels volatilitet

**Både kjøps- salgsopsjonens verdi øker med aksjekursen volatilitet (standardavvik/varians). Større sannsynlighetsmasse 'in-the-money'.**

## Binomisk opsjonsprismodell

Dagens kurs på ørretoppdrettselskapet Trout er $120$,-. Resultatet fra bruken av en ny blanding kraftfôr vil enten føre til at kursen med 25 prosent sannsynlighet stiger 210, eller med 25 prosent faller til 120. Seks-måneders risikofri rente er gitt ved 5 prosent. Innløsningskursen på en opsjon med forfall om 6 måneder er 100,-

1. Hvor stor må sikringsforholdet (dvs. utstedte kjøpsopsjoner per aksje), $m$, for at porteføljen av aksjer og opsjoner skal være risikofri?
2. Benytt den binomiske opsjonsprismodellen til å finne verdien av denne kjøpsopsjonen.

1. **Gitt at sikringsporteføljen er risikofri, må de to mulige utfallene på tidspunkt 1 være identiske. Vi må derfor kunne kreve at:**

$$m = 120 \frac{1.4 - 0.80}{110 - 20} = 1$$

2. **Starter først med å finne**

$$q = \frac{1 + 0.05 - 0.80}{1.4 - 0.80} = 0.4166667 \text{ og } (1 - q) = 1 - 0.4166667 = 0.5833333$$

**Verdien av kjøpsopsjonen er med det gitt ved**

$$K_0 = \frac{1}{1 + 0.05}[0.41 \cdot 110 + 0.58 \cdot 20] = 54.7619048$$

# Appendiks: Formelsamling

## Justert nåverdi

*Risikojustert-rente-metoden (RJ-metoden)*

$$NV = \sum_{t=0}^{T} \frac{E(X_t)}{(1+k)^t} = E(X_0) + \frac{E(X_1)}{(1+k)^1} + \frac{E(X_2)}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{E(X_T)}{(1+k)^T}$$

$$\text{k} = \text{risikofri rente} + \text{risikopremie}$$

### Forventet kontantstrøm

$$E(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

# Porteføljeavkastning

Selve porteføljeavkastningen (rp) uten skatt er gitt ved

$rp = \frac{P_T + Div_{0,T} - P_0}{P_0}$

## Metode 1: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

## Metode 2: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(X_i) = w_1 E(X_1) + w_2 E(X_2) + \ldots + w_N E(X_N)$$

# Måling av risiko

## Metode 1 for måling av risiko (1-n investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[X(s) - E(X)]^2 =$$
$$Pr(1)[X(1) - E(X)]^2 + Pr(2)[X(2) - E(X)]^2 + \ldots +$$
$$Pr(S)[X(S) - E(X)]^2$$

- Standardavvik

$$Std(X) = \sqrt{Var(X)}$$

## Metode 2 for måling av risiko (2 investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Kov(r_1, r_2)$$

  Hvor samvariasjonen er gitt ved

$$Kov(r_1, r_2) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[r_1(s) - E(r_1)][r_2(s) - E(r_2)]$$
$$Pr(1)[r_1(1) - E(r_1)][r_2(1) - E(r_2)] +$$
$$Pr(2)[r_1(2) - E(r_1)][r_2(2) - E(r_2)] + \ldots +$$
$$Pr(S)[r_1(S) - E(r_1)][r_2(S) - E(r_2)]$$

- Standardavviket

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(r_p)}$$

## Korrelasjonskoeffisienten (standardisert mål på samvariasjon)

$$Kor(r_a, r_b) = \frac{Kov(r_a, r_b)}{S(r_a)S(r_b)}$$

- $Kor(r_a, r_b) = 1$ (helt avhengige)
- $Kor(r_a, r_b) = 0$ (helt uavhengige)
- $Kor(r_a, r_b) = -1$ (helt motsatt avhengige)

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Kor(r_a, r_b)S(r_a)S(r_b)$$

Betaverdien til en aksje eller et prosjekt

$$\beta_j = \frac{Kov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$$

$$\beta_j = \frac{Kor(r_j, r_m)Std(r_j)}{Std(r_m)}$$

# Kapitalkostnad for egenkapital og gjeld (KVM)

- Kapitalkostnad for egenkapital

$$k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$$

- Kapitalkostnad for gjeld

$$k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$$

- Totalkapitalkostnaden (gjennomsnittskostnaden) for egenkapital og gjeld

$$w_E = \frac{E}{E+G}$$

$$w_G = \frac{G}{E+G}$$

$$k_T = k_E w_E + k_G(1-s)w_G$$

# Gjeldsgrad og risiko

1. Gjeldsandel: (mellom 0 og 1)

$$G/(G+E)$$

2. Gjeldsgrad (mellom 0 og $\infty$)

$$G/E$$

## Formelt (uten skatt, men med konkursrisiko)

- Systematisk investeringsrisiko

$$\beta_I = w_E\beta_E + w_G\beta_G$$

Hvor $w_E = \frac{E}{E+G}$ og $w_G = \frac{G}{E+G}$.

$$\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(\frac{G}{E})$$

- Uten konkursrisiko ( $\beta_G = 0$ )

$$\beta_E = \beta_I(1 + \frac{G}{E})$$

## Gjeldsgrad under skatt

Miller & Modigliani (M&M)

$$k_G = \frac{r \cdot PG}{G}$$

$$k_E = \frac{E(OER)}{E}$$

$$k_T = \frac{E(OFR)}{V}$$

- **M&M-1:**

$$V = \frac{E(OFR)}{k_T} = \frac{E(OFR)}{k_U}$$

- **M&M-2:**

$$k_E = k_T + (k_T - k_G)\frac{G}{E} = k_U + (k_U - k_G)\frac{G}{E}$$

### Ettledsbeskatning

### Miller og Modigliani med skatt

- **M&MSkatt-1**

$$\begin{aligned} V_M &= V_U + V(\text{Renteskattegevinst}) \\ &= \frac{(OFRS)(1-s)}{k_U} + PGs \\ &= V_u + PGs \end{aligned}$$

- **M&MSkatt-2**

$$k_E = k_U + (k_U - k_G)(1-s)\frac{G}{E}$$

## Dividende

# Lintner-modellen

$$DPA_t = DPA_{t-1} + a[b(OPA_t) - DPA_{t-1}]$$

Hvor både $a$ (justeringsfaktor) og $b$ (målsatt utdelingsforhold) kan variere mellom 0 og 1.

## Opsjoner

### Opsjonens kontantstrøm ved forfall (t=T)

Kjøpsopsjon

$$K_T = \max[0, (A_T - I)]$$

Salgsopsjon

$$S_T = \max[0, (I - A_T)]$$

### Salg-kjøp-paritet (SKP)

Aksjer, obligasjoner, og kjøps- og salgsopsjoner kan kombineres parvis slik at den blir gitt den samme kontantstrømmen på innløsningstidspunktet.

$$A_T + S_T = B_T + K_T$$

### Sikringsporteføljen

$$m = A_0 \frac{\theta - n}{K_\theta - K_n}$$

### Bestemmelse av opsjonsverdi før forfall

$$K_0 = \frac{1}{1+r_f}[qK_\theta + (1-q)K_n]$$

Hvor de to *sikringssannsynlighetene* (risikojusert sannsynligheter) for $q$ og $1-q$ er definert som

$$q = \frac{1 + r_f - n}{\theta - n} \text{ og } (1 - q) = \frac{\theta - 1 - r_f}{\theta - n}$$

## Black-Scholes-modellen

$$K_0 = A_0 N(d_1) - I e^{-i_f T} N(d_2)$$

Vi har videre at

$$d_1 = \frac{ln(\frac{A_0}{I}) + i_f T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

mens sikringsforholdet er bestemt av $m = \frac{1}{N(d_1)}$